Untersuchungen

über die

Constante der Präcession

und die

Bewegung der Sonne im Fixsternsysteme.

Inauguraldissertation

der mathematischen und naturwissenschaftlichen Fakultät der Kaiser-Wilhelms-Universität Strassburg

zur Erlangung der Doctorwürde vorgelegt

von

Friedrich Ristenpart

aus Frankfurt a. M.

Karlsruhe.

Druck der G. Braun'schen Hofbuchdruckerei.

1892.

Untersuchungen

über die

Constante der Präcession

und die

Bewegung der Sonne im Fixsternsysteme.

Inauguraldissertation

der mathematischen und naturwissenschaftlichen Facultät der Kaiser-Wilhelms-Universität Strassburg
zur Erlangung der Doctorwürde vorgelegt

von

Friedrich Ristenpart

aus Frankfurt a. M.

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

Karlsruhe.

Druck der G. Braun'schen Hofbuchdruckerei.

1892.

Inhaltsverzeichniss.

A. Untersuchungen über die benutzten Cataloge.

§ 1. Die nördliche Hälfte der Berliner Zone zwischen +20° und +25° 10′.

§ 2. Die Unterschiede der von Luther gegebenen und der von Weisse benutzten Reductionstafeln der Königsberger Zonen zwischen +20° und +26°.

§ 3. Uebertragung des Weisse'schen Cataloges auf Aequinox, Aequator und Reductionselemente des Fundamentalcatalogs.

§ 4. Bestimmung der systematischen Fehler der Bessel'schen Zonen aus den Abweichungen der Beobachtungen unter sich.

§ 5. Bestimmung der allen gemeinsamen Reductionsgrösse γ mittels der Pos. med.

§ 6. Die zufälligen Fehler der einzelnen Zonen und ihre Gewichte.

§ 7. Ermittelung der Restglieder der systematischen Zonenfehler mittels der Berliner Zone.

§ 8. Berücksichtigung der correctiones ultimae der Pos. med. und Versuch einer Darstellung der kleinen Differenzen Berlin-Königsberg mit einer bis zum 3fachen Winkel gehenden Fourier'schen Reihe.

§ 9. Verzeichniss von Irrthümern, die noch in den Zonen +20° bis +26° enthalten sind.

B. § 10. Die Methoden der Bestimmung des Apex.

C. Untersuchungen über die Constitution unseres Fixsternsystems.

§ 11. Die Hypothese Schönfeld's über den Schwerpunkt der Milchstrasse und ein Versuch aus Seeliger's Schwerpunkten der Grössenklassen der B. D. auf seine Lage zu schliessen.

§ 12. Ueber die Entfernungen der Grössenklassen der B. D. und der von Pickering photometrisch bestimmten Sterne.

§ 13. Eine Methode, die Lage der Hauptebene und des Schwerpunkts aus den nach gleichen Trapezen an der Sphäre gegebenen Sternzahlen zu ermitteln.

§ 14. Versuche, den Pol der Hauptebene aus den Sternklassen $5^m.0$ bis $9^m.5$ zu ermitteln.

§ 15. Die Milchstrasse scheint eine gebrochene Ebene zu sein. Bestimmung ihrer beiden Pole.

§ 16. Die Milchstrasse besteht aus zwei sich durchschneidenden Ebenen. Bestimmung ihrer Lage im Raum.

§ 17. Ein weiterer Versuch, den Ort des Schwerpunkts aus den maximis maximorum der Sternzahlen zu ermitteln.

D. Die Bestimmung des Apex und der Constante der Präcession.

§ 18. Die Hypothesen über die Entfernungen der bewegten Sterne von O. Struve, Gyldén und Stumpe.

§ 19. Ableitung der Unbekannten $f, \xi, \eta, f', \xi', \eta'$ aus den Rectascensions- und Declinationsgleichungen.

§ 20. Bestimmung der $f, g, h, \frac{F}{\varrho}, \frac{G}{\varrho}, \frac{H}{\varrho}$ aus der Verbindung beider Systeme von Gleichungen. Die Correction der Präcessionsconstante und die Constante der galactocentrischen Rotation.

§ 21. Zusammenstellung der früheren Werthe für die Präcessions- und Rotationsconstante.

§ 22. Die Werthe des Apex nach 3 verschiedenen Rechnungsarten.

§ 23. Besprechung der Apexbestimmungen überhaupt.

§ 24. Die translatorische Geschwindigkeit des Sonnensystems.

§ 25. Beziehung zwischen der Sonnenbewegung und den motus peculiares der Fixsterne.

§ 26. Ueber die Reduction schwächerer Sterne mit unbekannter E. B. auf eine andere Epoche.

Bradley war der erste, der in seinem an die Royal Society gerichteten »Letter concerning on apparent motion observed in some of the fixed stars (Phil. Trans. 1748)« die Vermuthung aussprach, es möchten die Eigenbewegungen der Fixsterne wenigstens theilweise veranlasst sein durch eine translatorische Bewegung unseres Sonnensystems und Lambert gab schon 1761 in den »kosmologischen Briefen« der Hoffnung Raum, es werde später gelingen, beide Componenten der Sternbewegungen, den motus peculiaris und motus parallacticus zu trennen. Diese Hoffnung wurde bald darauf von Herschel in einem ersten Versuche verwirklicht und seitdem ist eine grosse Anzahl Arbeiten auf diesem Gebiete ausgeführt worden. Die einzelnen Bearbeiter haben theils die Constante der Präcession mit als Unbekannte eingeführt, theils dies unterlassen, obwohl es eigentlich immer hätte geschehen sollen, da sowohl die Präcession wie die Eigenbewegung eine fortschreitende Verschiebung der Sternpositionen an der Sphäre veranlassen. Der Zweck der folgenden Arbeit ist, zu untersuchen, ob und welcher Beitrag sich zur Kenntniss dieser beiden Grössen aus der von Professor Becker beobachteten nördlichen Hälfte der Berliner Zone durch Vergleichung derselben mit dem zweiten Weisse'schen Cataloge ermitteln liesse.

A. Untersuchungen über die benutzten Cataloge.

§ 1. Die nördliche Hälfte der Berliner Z. A. G.

Die nördliche Hälfte der Berliner Zone liegt zwischen den Parallelkreisen $+20°$ und $+25°10'$, bezogen auf den Aequator von 1855.0, welcher der B. D. zugehört, und dieselbe enthält hier 9161 Sterne, dem Programm nach alle jene, welche in der B. D. heller als $9^{m}.0$ incl. angezeigt, oder wenn sie schwächer, mit einem Buchstaben bezeichnet sind, der ihr Vorkommen in gewissen früheren Catalogen angibt. Es fehlen aber von den in der B. D. aufgeführten Sternen in der B. Z. folgende

1. B. D. $+24°1136 = W_2$ XII, 2022, weil kein K in der Durchmusterung hinter dem Stern steht. Da bei diesem Stern Argelander die richtige Weisse'sche Position in A. R. durch eine Fadenvertauschung erst hat herstellen müssen, so erklärt sich, warum beim Vergleichen von B. D. und W_2 die Identität nicht aufgefunden ist.
2. B. D. $+22°2477 = W_2$ XII, 483. Hier fehlt der Buchstabe K in B. D., die B hat.
3. B. D. $+20.2744 = W_2$ XII, 635. Hier fehlt der Buchstabe K in B. D.
4. B. D. $+24.2496 = W_2$ XII, 835. Hier fehlt der Buchstabe K in B. D., die B hat.
5. B. D. $+20.3329 = W_2$ XVI, 1262, ist wohl ins Programm der B. Z. aufgenommen; doch ist an seiner Stelle ein falscher Stern beobachtet, der seinerseits in B. D. fehlt.

Zur Vergleichung mit den Positionen der B. Z. behufs Ableitung der Unterschiede in A. R. und in Decl., die zur Bestimmung von Apex und Präcessionsconstante benutzt werden sollten, wurde der Catalog von Weisse herangezogen, der die Beobachtungen Bessels am Königsberger Meridiankreis gibt. Von andern Catalogen würden sich bei Lalande eine grosse Zahl von Sternen der B. Z. gefunden haben. Indess wird der Vortheil, den die grössere Zwischenzeit der Beobachtungen gewährt, reichlich aufgewogen durch die grösseren Beobachtungsfehler, wie denn schon Förster A. N. No. 1126 die Mitnahme einer Lalande'schen Sternposition zur Ermittelung eines Fixsternortes für eine gleichgültige Sache erklärt, allerdings lagen damals die v. Asten'schen Tafeln noch nicht vor. Andere Cataloge wie der von Rümker, der Armagh-Catalog u. a. liegen nicht weit genug zurück und bieten nicht genug Sterne dar, als dass ihre Vergleichung sich gelohnt hätte. Auch gewährt die Benutzung nur eines Vergleichscatalogs den Vorzug einer grösseren Homogeneität des der Bearbeitung zu Grunde gelegten Materials.

Es ist nun zunächst die Aufgabe, die Cataloge von noch vorhandenen Fehlern zu reinigen und dann die bei der Herstellung beider angewandten Reductionsmittel derart in Uebereinstimmung zu bringen, dass beide auf den gleichen Elementen beruhen.

Die B. Z. war noch nicht untersucht auf einen etwaigen Unterschied der in Kreislage West und Ost gemachten Beobachtungen. Zur Bestimmung dieses Unterschiedes wurde für alle Sterne das Mittel aus den

bei Kreis Ost gemachten Beobachtungen von dem Mittel aus den bei Kreis West angestellten abgezogen und diese Werthe immer für 5 Zehntelgrössenklassen zusammengefasst bei den schwächeren Sternen, für die helleren jedoch über 6.0 nach ganzen Grössenklassen. Ausserdem wurde die Grösse 9.0 für sich allein genommen, um nicht zum Schlusse eine Zehntelgrösse abtrennen zu müssen. Auf diese Weise fand sich:

Unterschied West-Ost

	in Rectascension			in Declination		
Grösse	Anzahl	W—O	Gewicht	Anzahl	W—O	Gewicht
2.0	2	+610	1	2	+ 70	1
4.44	26	— 2	18	26	—23	18
5.48	82	— 53	54	82	—29	54
6.11	125	— 66	81	125	—79	81
6.65	234	— 22	149	234	+51	149
7.17	396	— 48	246	395	— 1	245
7.67	668	— 44	412	668	— 2	412
8.18	1638	— 55	874	1637	0	873
8.71	3168	— 75	1955	3164	—11	1951
9.0	1788	— 78	1138	1785	—18	1134
9.20	1038	—100	677	1038	—68	677

Die Unterschiede West-Ost sind hier ausgedrückt in Zehntausendtheilen der Zeit- und in Tausendtheilen der Bogensecunde. In Rectascension zeigt sich ein Anwachsen der stets negativen Unterschiede mit abnehmender Helligkeit sehr deutlich ausgesprochen; in Declination ist das Gesetz minder einfach, erst etwa von der 6. Grösse an nehmen ebenfalls die absoluten Werthe zu. Eine derartige Abhängigkeit des Unterschiedes von der Grösse des beobachteten Sterns könnte verursacht sein durch Abnormitäten des Objectivs, welche das Sternbildchen verzerrt erscheinen lassen und somit den dem Auge sich bietenden Lichtschwerpunkt gegen das wahre Centrum des Sternes verschieben, natürlich für verschieden helle Sterne in verschiedenem Maasse.

Eine Ausgleichung der ursprünglich für jede Zehntelgrössenklasse gebildeten Werthe (W-O) mittels einer Curve ergab, dass definitiv anzuwenden sein würde:

(W—O) in A. R.			(W—O) in Decl.		
—0^s.003	bis zur Grösse	6.4	—0″.05	bis zur Grösse	4.2
—0.004	von 6.5 bis	7.6	—0.04	von $4^m.3$ bis	$4^m.7$
—0.005	» 7.7 »	8.1	—0.03	» 4.8 »	5.1
—0.006	» 8.2 »	8.5	—0.02	» 5.2 »	5.6
—0.007	für 8.6 und	8.7	—0.01	» 5.7 »	6.1
—0.008	» 8.8 »	8.9	0.00	» 6.2 »	6.8
—0.009	» 9.0 »	9.1	+0.01	» 6.9 »	7.7
—0.010	» 9.2		0.00	» 7.8 »	8.1
—0.011	» 9.3 »	9.4	—0.01	» 8.2 »	8.5
—0.012	» 9.5		—0.02	» 8.6 »	8.8
			—0.03	für 8.9 und	9.0
			—0.04	» 9.1 »	9.2
			—0.05	» 9.3 »	9.4
			—0.06	» 9.5	

Ist w die Zahl der Beobachtungen in Kreis West, o die Zahl derselben für Kreis Ost, so ist ein ohne Rücksicht auf diesen Unterschied (W—O) gebildetes Mittel derselben noch zu corrigiren um $\frac{o-w}{o+w} \cdot \frac{W-O}{2}$

Es kann dadurch die Correction für solche Gruppirungen von w und o, die diesen Ausdruck zu einem Maximum machen, den Werth ±0^s.003 in R. A. und ±0″.01 in Decl. erreichen, also nur die Abrundung bei Bildung der definitiven Catalogörter beeinflussen, für die hier beabsichtigten Zwecke aber kann sie ganz vernachlässigt werden.

Aus den bei der Rechnung gebildeten Unterschieden (W—O) für die in jeder Kreislage nur einmal beobachteten Sterne wurde nun nach summarischer Anbringung der eben entwickelten Correction der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtung nach der Lüroth'schen Formel ermittelt und gefunden:

	in Rectascension		in Declination	
Grösse	Anzahl	w. F.	Anzahl	w. F.
4.0—6.9	203	$\pm 0^s.0175$	203	$\pm 0''.299$
7.0—7.9	516	± 0.0198	515	± 0.278
8.0—8.9	2246	± 0.0207	2248	± 0.307
9.0	773	± 0.0207	772	± 0.307
9.1—9.5	408	± 0.0222	405	± 0.309

Auch hier zeigt sich ein Wachsen des wahrscheinlichen Fehlers sehr deutlich ausgesprochen in R. A., weniger deutlich in Declination.

Was die systematischen Fehler der Berliner Zone angeht, so hat sich gezeigt, dass einige Zonen von solchen nicht ganz frei zu sein scheinen, obwohl die Grösse der einzelnen Fehler nicht beträchtlich ist. Von einer Anbringung derselben an die Positionen kann aber abgesehen werden, da erstlich mindestens zwei Positionen zu einem Sternorte vereinigt sind und zweitens die einzelnen Berliner Zonen sich nicht genau mit den Bessel'schen Zonen decken. Es werden daher bei Bildung der Unterschiede Berlin-Königsberg diese systematischen Fehler wie zufällige wirken.

§ 2. Die Unterschiede der von Luther gegebenen und der von Weisse benutzten Reductionstafeln der Königsberger Zonen $+20°$ bis $+26°$.

Die zur Vergleichung herangezogenen Oerter des zweiten Weisse'schen Cataloges sind von Bessel in den Jahren 1821—1832 zu Königsberg beobachtet. Von den $2° 12'$ breiten Bessel'schen Zonen, deren Mitte immer nahe auf einen vollen graden Declinationsgrad fiel, müssen hier in Berücksichtigung gezogen werden die in $+20°$, $+22°$, $+24°$, $+26°$ gelegenen, ausserdem die Zone 298, deren Mitte der Regel zuwider in $+19°$ liegt. Es kommen somit in Betracht sämmtliche Sterne der Zonen in $+22°$ Grad, fast alle derer in $+24°$, von denen nur die nördlichsten in der Gegend von 0^h über $25° 10'$ für 1855.0 hinausgerückt sind, von den Zonen in $+20°$ etwa die Hälfte, während die Zonen in $+26°$ und die Zone 298 nur mit sehr wenigen Sternen in den Rahmen der Berliner Zone fallen.

Es ist bekannt, dass die Königsberger Zonen ein ziemlich brauchbares Material von Sternpositionen enthalten würden, wenn sie nicht mit sehr zahlreichen Fehlern behaftet wären, die theils in Verzählungen oder Verschreibungen während des Beobachtens selbst, theils in Unrichtigkeiten der in den Bänden VII bis XVII der Königsberger Beobachtungen für dieselben gegebenen Reductionstafeln, theils in Rechenfehlern bei Bildung des Cataloges bestehen. Ausser den Fehlerverzeichnissen von Bessel selbst in Bd. XIV und XVII, und einzelnen in verschiedenen Nummern der A. N. angezeigten Irrthümern, hat Argelander im Bande IV der Bonner Beobachtungen ein umfassendes Verzeichniss der bei Gelegenheit der B. D. entdeckten gröberen Versehen aufgeführt. Diese alle hat aber schon Struve in den Pos. emend. zu W_2 berücksichtigt. Es blieb also nur noch das Verzeichniss der seitdem aufgefundenen Fehler in Band XXXVII d. K. B. von Luther durchzusehen und die dortigen Correctionen zu den Positionen hinzuzufügen. Ausserdem zeigten sich jedoch im Laufe der Arbeit noch eine beträchtliche Zahl von Berichtigungen, die noch an Weisse's Catalog anzubringen sind; dieselben sind inzwischen in Bd. 130 der A. N. veröffentlicht worden.

Die in dem eben genannten XXXVII. Bande der K. B. von Luther gegebenen neuen Reductionstafeln wurden in der Weise benutzt, dass ihre Differenz gegen die alten Bessel'schen Tafeln für jede Zone gebildet wurde. Wenn man diese Differenzen an die Catalogpositionen anbringt, so erhält man die richtigen Oerter, wie sie mit den Luther'schen Tafeln reducirt erscheinen würden. Soweit der Unterschied der Reductionstafeln *Lu-Be* nicht constant war, wurde er in eine lineare Function der A. R. umgesetzt, nur die Zone 364 erforderte für den Unterschied in δ noch ein quadratisches Glied; so wurde folgende Tafel der Unterschiede *Lu-Be* erhalten:

Verbesserungen der Weisse'schen Positionen wegen des Unterschiedes der Luther'schen und der Bessel'schen Reductionstafeln (*Lu—Be*).

Nr. der Zone	Rectascension	Declination
27	$+0^s.020$	$-0''.08 - 2''.22\ (\alpha - 2^h.75)$
195	$+0.025$	$-0.05 + 0.24\ (\alpha - 20^h.5)$
196	$+0.117$	-0.50
198	$+0.026$	$+0.10$
200	-0.080	$+0.11$
201	$+0.033$	$+0.11$
275	-0.010	$-0.03 + 0.42\ (\alpha - 9^h.5)$
277	-0.008	$+0.04$
278	-0.010	$+0.04 + 0.16\ (\alpha - 8^h.75)$
279	-0.007	-0.03
290	$+0.017$	$+0.07$
292	-0.013	-0.11
294	—	-0.34
295	-0.012	—
296	-0.010	$-0.03 - 0.16\ (\alpha - 16^h.75)$
298	-0.015	-0.17
299	-0.038	-0.09
301	-0.011	—
302	-0.017	-0.38
303	-0.018	-0.11
304	$-0\ 017$	-0.06
307	-0.013	$+0.07$
309	-0.017	-0.08
315	-0.014	-0.19
317	-0.016	-0.09
319	-0.019	$-0.13 + 0.09\ (\alpha - 23^h)$
321	-0.019	-0.06
323	-0.014	$-0.10 - 0.17\ (\alpha - 21^h.75)$
324	-0.019	-0.09
325	-0.019	-0.05
331	-0.006	$+0.07$
333	-0.005	$+0.53 - 0.37\ (\alpha - 2^h.25)$
334	-0.003	$-0.06 + 0.11\ (\alpha - 5^h.75)$
339	-0.006	$-0.10 + 0.11\ (\alpha - 7^h.5)$
341	-0.003	$-0.29 - 0.12\ (\alpha - 7^h.75)$
342	-0.004	-0.11
343	-0.006	-0.08
344	-0.004 [1]	—
345	—	$+0.09 - 0.20\ (\alpha - 9^h.75)$
346	—	$-0.39 + 0.10\ (\alpha - 6^h.0)$
347	—	$-0''.20$
348	—	-0.28
353	$-0^s.004$	-0.11
355	-0.006	—
362	-0.004	$-0.04 + 0''.26\ (\alpha - 12^h.75)$
363	—	-0.08
364	-0.007	$-0.02 + 0.44\ (\alpha - 14^h.75)^2$ $+.024\ (\alpha - 14^h.75)$
365	-0.003	$-0.14 + 0.29\ (\alpha - 15^h.25)$
369	-0.005	-0.09
388	—	$+0.03$
391	—	$-0.02 + 0.28\ (\alpha - 3^h.0)$
392	—	-0.07
393	—	$+0.01 + 0.29\ (\alpha - 4^h.25)$
395 [1]	—	$+0.51 - 1.02\ (\alpha - 4^h.0)$
396	—	$-0.05 + 0.36\ (\alpha - 4^h.0)$
405	-0.009	-0.09
412	-0.006	$+0.22$
423	-0.006	-0.04
427	-0.007	$-0.12 + 0.16\ (\alpha - 18^h.0)$
428	-0.004	$-0.11 + 0.24\ (\alpha - 18^h.5)$
432	-0.006	$-0.16 + 0.12\ (\alpha - 19^h.0)$
437	-0.008	$-0.11 + 0.14\ (\alpha - 19^h.5)$
445	-0.010	$-0.10 + 0.32\ (\alpha - 1^h.25)$
453	-0.002	-0.02
460	-0.009	$0.00 - 0.26\ (\alpha - 13^h.75)$
462	-0.030 [2]	-0.04
467	-0.008	$+0.02 + 1.46\ (\alpha - 12^h.5)$
474	-0.008	$+0.07 - 1.32\ (\alpha - 15^h.25)$
477	-0.005	$-0.33 - 0.26\ (\alpha - 17^h)$
488	—	-0.15
496	—	$+0.14 + 0.06\ (\alpha - 11^h.25)$
500	$+0.041$ [3]	-0.34
502	-0.018	$-0.06 - 0.07\ (\alpha - 11^h.0)$
503	-0.253	$-0.04 + 0.31\ (\alpha - 12^h.25)$
521	$+0.002$	-0.14
523	-0.003	-0.24
524	$+0.003$	-0.30 [4]
530	—	$-0.18 + 0.26\ (\alpha - 2^h.75)$

1) zwischen $8^h.5$ und 9^h ausserdem noch $+0^s.20\ (\alpha - 8^h.5)$.

1) vor 4^h ist in Declination $-0''.33 - 0''.30\ (4^h.0 - \alpha)$ anzuwenden.
2) dazu kommt noch $-0^s.026\ (\alpha - 13^h.75)$.
3) dazu kommt noch $+0^s.040\ (\alpha - 10^h.75)$.
4) und ausserdem für die Sterne zwischen 5^h und $5^h.5$: $-1''.20\ (5^h.5 - \alpha)$.

Wo schon Weisse eine andere Tafel als die von Bessel gegebene benutzt hat, ist natürlich der Unterschied gegen diese angesetzt, überhaupt sind die von Struve in seiner präfatio gemachten Bemerkungen beachtet, so dass in allen Fällen obige Unterschiede direct an die Weisse'schen Catalogörter anzubringen sind. Nur bei Zone 200, wo Weisse vor 1^h die von Bessel angegebene Correction von $-0^s.107$ für k übersehen haben soll, wurde es vorgezogen, die Entscheidung darüber der Untersuchung der systematischen Zonenfehler anheimzustellen und für diese die Zone bei 1^h zu trennen. Bei Zone 488 will Scheumann nach einer Bemerkung Struve's den Aequatorpunkt Bessel's um $-1''.5$ verbessern. Ruppel, der auf Luther's Veranlassung sämmtliche Aequator-

punkte neu berechnet und die etwaigen Correctionen derselben mit dem d der Luther'schen Tafeln vereinigt hat, findet hier die Bessel'sche Annahme für denselben wieder. Eine Neuberechnung zeigte denn auch, dass thatsächlich der von Bessel angewandte Aequatorpunkt zu Recht besteht.

Von diesen Correctionen der Zonen wegen der Unterschiede der Reductionstafeln *Lu-Be* wurde aber nur der von α abhängige Theil den Catalogörtern beigeschrieben, der constante zur Vereinigung mit den übrigen Correctionen aufgespart.

§ 3. Uebertragung des Weisse'schen Catalogs auf Aequinox, Aequator und Reductionselemente des Fundamentalcatalogs.

Um die Königsberger und Berliner Beobachtungen vollständig homogen zu machen, ist es erforderlich, die Königsberger Zonen auf das Aequinox und den Aequator des Fundamentalcatalogs zu bringen und zu bemerken, dass die Königsberger Zonen mit den Constanten von Bessel, von Lindenau und Delambre reducirt sind, während die Berliner Zone auf den von Struve resp. Peters hierfür gegebenen Werthen beruht.

Die Anwendung der neueren Constanten würde zwar auf die Königsberger Positionen gar keinen Einfluss haben, wenn, wie dies bei den jetzigen Zonenbeobachtungen immer der Fall ist, Zonensterne und Anhaltsterne einander sehr nahe lägen. Da aber Bessels Uhrsterne oft am Tage beobachtet sind und zwölf und mehr Stunden von der Zone abliegen, ebenso die beiden Polarsterne einzig und allein zur Ermittlung des Aequatorpunktes dienten, und oft mehrere Tage vor der Zone beobachtet sind, so verschwindet nur das constante Glied des Unterschiedes der Nutationsconstante, die von α und δ abhängigen Theile derselben, sowie der Unterschied der Aberrationsconstante müssen für Anhalt- und Zonensterne getrennt berücksichtigt werden, ebenso der Unterschied der Präcessionsconstante für die Zonensterne, weil derselbe für die Uhrsterne schon mit in die Reduction des Aequinoxes eingeht.

Die Reduction des Aequinoxes wurde bestimmt, indem jeder der 36 Maskelyne'schen Fundamentalsterne aus dem F. C. mit dessen variatio annua und variatio saecularis auf 1815 resp. 1825 übertragen wurde, welches die Aequinoctien des ersten resp. zweiten Bessel'schen Fundamentalcataloges sind, auf deren erstem die Zonen bis 1824 incl. beruhen, während die folgenden auf den zweiten bezogen sind. Da der Uhrstand oft nur auf wenigen Sternen beruht und die Reductionen für die einzelnen Sterne wesentlich verschieden sind, so erscheint es richtiger, nicht für alle Zonen eine mittlere Reduction anzuwenden, sondern für jede die im Mittel aus ihren eigenen Uhrsternen folgende. Bringt man an diese noch das Mittel der Aberrations- und Nutationscorrectionen für die einzelnen Uhrsterne an, so erhält man die Zahlen der Columne C der unten folgenden Zusammenstellung aller Zonencorrectionen.

Es ist übrigens im Mittel aus allen 36 Sternen die Reduction: F.C. $-B_1 = +0^s.0130$; F.C. $-B_2 = +0^s.0539$.

Auf diese Weise ist ausser der Präcessionscorrection für die Uhrsterne, auch der Unterschied der Aequinoctien berücksichtigt, falls nur die variationes annuae des F. C., mit denen die Uebertragung auf 1815 resp. 1825 bewerkstelligt wurde, nicht mit einem systematischen Fehler behaftet sind. Dieselben sind abgeleitet aus der Vergleichung des Mittels der beiden Pulkowaer Cataloge für 1845 und 1865, auf denen im wesentlichen der F. C. beruht, mit den von Auwers neu bearbeiteten Beobachtungen Bradley's für 1755. Ist nun die von Auwers zu $+0''.84$ angegebene Reduction letzterer auf den F. C. noch um den hypothetischen Betrag $+\Delta$ zu corrigiren, so ist jede variatio annua des F. C. um $-{}^1/_{100}\,\Delta$ zu verbessern, und ausser obiger Reduction würde dann B_1 noch $+0.6\,\Delta$, B_2 noch $+0.5\,\Delta$ verlangen, um auf den F. C. gebracht zu werden, was die aus den Differenzen *Be-Ko* gefolgerte Correction der Präcessionsconstante um den später angegebenen Betrag verfälschen würde.

Werden nun die Correctionen für Aberration und Nutation berechnet, und zwar, wenn die Zone ausgedehnt ist, als Function der R. A., so kann durch Summation dieser Correctionen (A) nebst der für die Präcession (B), der für den Unterschied der Aequinoctien (C) und endlich des constanten Theiles der Correction wegen des Unterschiedes der Reductionstafeln (*Lu-Be*) (D) eine Grösse c gebildet werden, nach deren Hinzufügung zu den Weisse'schen Rectascensionen diese mit den Berliner in allen Reductionsgrössen homogen sind.

Bessel's Declinationen beruhen auf den beiden Polarsternen, durch welche der Ort des Poles auf dem Instrumente festgelegt ist, der dann leider für ziemlich lange Perioden constant angenommen wurde. Die

Reduction der Declinationen auf den F. C. geschieht nun leicht durch Summation der von Auwers (A. N. 1532—36) gegebenen Reduction von W_2 auf sein mittleres System und durch Transformation des letzteren auf das des F. C., wofür in der Einleitung zum Fundamentalcatalog die Zahlen gegeben sind. Zufällig ist in den Declinationen, die hier in Betracht kommen, die Summe beider Reductionen (F. C. $-B$) $=$ ($A-B$) $+$ F. C. $-A$) $=$ o, so dass also zwischen den Declinationen $+20°$ und $+25°$ das Bessel'sche System der Declinationen sich mit dem des F. C. deckt. Weiter geschah nach Auwers' Vorschlag der Uebergang von den Polsternen zum Aequator, wie er aus Bessel's Fundamentalsternen folgt, mittels der von ihm a. a. O. für die einzelnen Jahre gegebenen Zahlen, auch die Auwers'sche Nutationscorrection wurde der dortigen Darstellung entnommen. Daneben wurde aber noch die Aberrationscorrection berücksichtigt nach der Formel

$$\text{Corr. } \delta = [9.145] \sin (45 - \tfrac{\alpha}{2}) \sin (\odot + 45 - \tfrac{\alpha}{2}),$$

weil dieselbe zwar der Nutationscorrection an Grösse nachsteht, aber von derselben Ordnung ist wie diese.

Fügt man nun hier analog zusammen die Aberrationscorrection (A_1^I), die Nutationscorrection (A_2^I), die Präcessionscorrection (B^I), die Reduction von den Polsternen auf den Aequator (C^I) nebst dem constanten Theile des Unterschiedes der Luther'schen und Bessel'schen Reductionstafeln (D^I), so wird wieder diese Summe die Weisse'schen Positionen in Uebereinstimmung mit denen der Berliner Zone in Bezug auf alle Reductionselemente bringen.

Beidemale aber wurden die Summen $A+B+C+D=c$ und $A_1^I + A_2^I + B^I + C^I + D^I = c^I$ nur gebildet, nicht den Oertern hinzugefügt, hiermit vielmehr bis nach Erlangung der systematischen Fehler gewartet.

§ 4. Bestimmung der systematischen Fehler der Bessel'schen Zonen aus den Abweichungen der Beobachtungen unter sich.

Die Bessel'schen Positionen sind noch mit anderen Fehlern behaftet, als den eben aufgeführten, nämlich solchen, die jeder Zone speciell eigenthümlich sind und fortab als deren systematische Fehler bezeichnet werden sollen. Dieselben mögen ihren Ursprung haben darin, dass die Uhrsterne oft sehr weit von den Zonensternen abliegen, sodass ein Fehler des Uhrgangs grossen Einfluss gewinnt, in der bisweilen geringen Zahl der Uhrsterne, die den Uhrstand merklich falsch ergeben haben kann, in der ungenügenden Befestigung des Fadennetzes, die einmal bei Zone 323 von Bessel selbst angeführt wird u. a. Diesen Ursachen für die Rectascensionen treten als solche für die Declinationen zur Seite, dass der Ort des Pols für längere Perioden auf dem Instrumente constant angenommen wurde, ein etwaiger Einstellungsfehler bei der Beobachtung des Polarsterns; und für beide Coordinaten gleichmässig der von Argelander angeführte Umstand, dass das Instrument so vollständig durch Gegengewichte contrabalancirt war, dass es oft durch eine heftige Bewegung aus den Lagern wich. Wurde dies am Undeutlicherwerden der Bilder im Mikroskop bemerkt, so wurde das Instrument zurückgedrückt, was die später hervortretende Thatsache erklären kann, dass manche Zonen zwei verschiedene systematische Fehler besitzen, indem ja von diesem Moment an die Constanten des Instruments andere wurden. Da diese Fehler die Grundlagen der Zonen verfälschen, ohne eine Function von α zu sein, wenn von dem Fehler des Uhrgangs vorläufig abgesehen wird, so werden alle Sterne der Zone um den gleichen Betrag falsch beobachtet erscheinen und dies gewährt ein Mittel zur Bestimmung der systematischen Fehler aus den Sternen, die in mehreren Zonen gleichzeitig vorkommen.

Solcher Sterne sind nicht wenige bei Bessel, da sich ja immer zwei in Declination benachbarte Zonen mit je 12′ überdecken, während in Rectascension bald ein grösserer, bald auch ein verschwindend kleiner Streifen zwei Nachbarzonen gemeinsam ist. Manche Zonen sind auch von Bessel ganz wiederholt worden.

Wenn α_1 die Weisse'sche Rectascension der einen, α_2 die desselben Sternes in einer zweiten Zone ist, nur verbessert für die in Band XXXVII der K. B. angegebenen Correcturen und den mit α variabeln Theil von ($Lu-Be$), c_1 und c_2 die zugehörigen Summen der eben entwickelten Verbesserungen, z_1 und z_2 die systematischen Fehler der Zonen, so ist die wahre Rectascension

$$\alpha = \alpha_1 + c_1 + z_1 = \alpha_2 + c_2 + z_2$$
$$\text{oder } z_2 - z_1 = (\alpha_1 - \alpha_2) + (c_1 - c_2).$$

Es wurden nun sämmtliche derartige Differenzen gebildet und so geordnet, dass die Werthe $z_2 - z_1$, $z_2 - z_3$, $z_2 - z_4$ etc. unter der Ueberschrift der Zone 2 zusammenkamen und die Mittel für die Werthe $z_2 - z_1$, $z_2 - z_3$, $z_2 - z_4$, . . gebildet, deren Gewicht ihrer Anzahl gleich angenommen wurde. Da im Ganzen 78 Zonen

von Bessel uns beschäftigen, so wären 78 Unbekannte in das Problem eingegangen, wenn es sich nicht als nothwendig erwiesen hätte, einige der Zonen zu trennen und zwei systematische Fehler anzunehmen, bei einer Zone auch drei, da der Gang der Differenzen plötzlich einen Sprung zeigte. Diese Zonen sind:

Nr. 200 getrennt bei 1^h, da der Sprung hier zu gross ist, um durch die Vernachlässigung der Correction $-0^s.107$ bei k durch Weisse vor 1^h erklärt werden zu können.

Nr. 321	zwischen	den	Sternen	XX,	479	und 648
Nr. 323	»	»	»	XXI,	521	» 522
Nr. 331	»	»	»	O,	1150	» 1185
Nr. 445	»	»	»	II,	127	» 156
Nr. 467	»	»	»	XI,	746	» 765
Nr. 496	»	»	»	XI,	747	» 764
und nochmals	»	»	»	XI,	1045	» 1071

Dadurch wird die Zahl der Unbekannten auf 86 gebracht. Da nur die Differenzen derselben gegeben sind, so lässt sich nur der Unterschied aller gegen eine derselben bestimmen oder auch die Werthe $z_1 + \gamma$, $z_2 + \gamma$, ... $z_n + \gamma$, wo γ jeden beliebigen Werth annehmen kann, ohne dass die Gleichungen dadurch an Richtigkeit verlieren. Es muss daher eine Unbekannte = o angenommen werden, die Grösse γ zeigt dann den wahren Werth dieses Zonenfehlers an und zugleich die Correction aller übrigen. Dieselbe kann aber nicht aus Bessel's Beobachtungen allein, sondern nur durch Hinzuziehung eines andern Catalogs ermittelt werden.

Das System der nun entstehenden 85 Normalgleichungen geschlossen aufzulösen, dürfte eine Aufgabe sein, die wegen Häufung der Rechenfehler unzähligen Wiederholungen ausgesetzt wäre. Es wurde daher eine Auflösung mittels Näherungen vorgenommen, indem zuerst die Nebenunbekannten sämmtlich = o gesetzt und die so erlangten Werthe der Hauptunbekannten in die Gleichungen eingeführt, dann auf dieselbe Weise, ihre ersten Correctionen, dann ihre zweiten u. s. w. bestimmt wurden. Man bemerkt dabei nach einer gewissen Zahl von Näherungen, dass an vier Stellen, etwa bei den A. R.-Stunden 21^h, 15^h, 8^h, 3^h die Zonenfehler keine weitere Veränderung erleiden, während die Fehler der zwischenliegenden Zonen stets mit demselben Vorzeichen behaftete Verbesserungen erfahren und zwar

die Zonen	zwischen	21^h	und	15^h	=	System	I	stets positive
»	»	15^h	»	8^h	=	»	II	» negative
»	»	8^h	»	3^h	=	»	III	» positive
»	»	3^h	»	21^h	=	»	IV	» negative.

Daher wurden für die an diesen Knotenpunkten, wenn man so sagen darf, gelegenen Zonen, die durch die bisherigen Näherungen gegebenen Werthe als definitive angenommen. Dadurch sind die Systeme von einander getrennt und es wurden nun bei denselben weitere Näherungen innerhalb jedes Systems gemacht, indem solchergestalt die am Rande der Systeme gelegenen Zonen bezüglich ihrer Fehler als bekannt angesehen werden konnten. Nachdem so die Zonenfehler innerhalb jedes Systems gefunden waren, wurden mit ihnen die angenommenen Fehler der Randzonen aufs neue berechnet und im Maximum Abweichungen bis zu $0^s.002$ gefunden. Diese systematischen Zonenfehler finden sich vermehrt um die Grösse γ in der Columne z der unten folgenden Tabelle der Zonencorrectionen.

Für die drei Zonen 196, 301, 323^b hat schon Struve in seiner präfatio die Werthe der systematischen Fehler zu $-0^s.48$, $-0^s.38$, $-1^s.38$ angezeigt, daher wurden hier nur noch die Verbesserungen derselben bestimmt. Die einzelnen Differenzen zwischen zwei Zonen leiten manchmal zu der Vermuthung, dass eine Correctur der einen Position um 1^s geboten sei, wenn nämlich eine Differenz aus der Reihe der übrigen nahe um diesen Betrag abweicht. Solche Correcturen wurden aber nur dann vorgenommen, wenn ausser B. Z. noch mindestens ein anderer Catalog sie forderte und auch meist nur dann, wenn an mehrere Sterne derselben Zone hintereinander dieselbe Correctur angebracht werden musste, da dann ein Verzählen Bessel's wahrscheinlicher gemacht wird. Die vollzogenen Correcturen sind in Band 130 der A. N. publicirt.

Für die Bestimmung der Zonenfehler in Declination erschien eine Trennung folgender Zonen geboten:

Zone 200	ebenfalls	bei	1^h			
» 302	zwischen	den	Sternen	XIX,	412	und 465
» 307	»	»	»	XX,	1256	» 1261
» 333	»	»	»	II,	1421	» 1434
» 445	»	»	»	II,	114	» 127 fast an derselben Stelle wie in A. R.
» 453	»	»	»	II,	858	» 885

Ganz analog wie bei den A. R. erhalten wir jetzt 84 Unbekannte zu bestimmen, von denen eine $= \gamma^1$ gesetzt wird. Die Auflösung der 83 restirenden Normalgleichungen wurde ebenfalls durch Näherungen vorgenommen. Hierbei bilden sich aber nur zwei Knotenpunkte heraus in 9^h und 19^h dergestalt, dass für das System I, das sich von 19^h über 0^h nach 9^h erstreckt, die letzten Näherungen stets positive Verbesserungen ergaben, während für das System II, welches die Zonen zwischen 9^h und 19^h umfasst, die letzten Näherungen stets negativ sind. Dabei bedarf das grössere erste System eine bedeutende Anzahl Näherungen mehr als das zweite, um ans Ende zu gelangen. Die erhaltenen Werthe befinden sich um γ^1 vermehrt in der Columne E^1 der gesammten Verbesserungen der Declinationen.

§ 5. Bestimmung der allen Zonenfehlern gemeinsamen Grösse γ mit Hülfe der Positiones mediae.

Zur Bestimmung der Grössen γ und γ^1, also der Verbesserungen, welche jedem Zonenfehler noch hinzugefügt werden müssen, ist es erforderlich, die um $z + c$ vermehrten Bessel'schen Positionen mit einem Cataloge naheliegender Epoche zu vergleichen. Die Reduction derselben auf diesen ist dann γ resp. γ^1, d. h. wenn die Position des fremden Catalogs mit α^1 bezeichnet wird, ist $\alpha + z + c + \gamma = \alpha^1$ und $\gamma = (\alpha^1 - \alpha) - (z + c)$, und analog für δ. Vorausgesetzt wird dabei natürlich, dass auch dieser Catalog auf das System des F. C. reducirt ist. Zu diesem Zwecke bieten sich als am besten geeignet dar die Pos. med. von Struve mit dem Aequinox 1830, dessen Epoche im Mittel nur drei Jahre von der mittleren Epoche unserer Zonen entfernt ist. Die Reduction desselben auf das Aequinox des F. C. wurde mit Berücksichtigung der in der Introductio p. LIII gemachten Bemerkungen für die 35 Sterne des von Struve benutzten Fundamentalcatalogs gefunden im Mittel zu

$$\text{F. C.} - \text{Pos. med} = +0^s.0226 \text{ für } 1825.0$$

reducirt man den von Newcomb gegebenen Werth (N.—Pos. med.) nach der Relation zwischen N. und F. C. auf F. C., so kommt für die mittlere Declination $+22°.5$

$$\text{F. C.} - \text{Pos. med} = +0^s.0258 \text{ für } 1825.0,$$

sodass eine leidliche Uebereinstimmung zwischen beiden Werthen besteht; auf 1830 aber transformirt findet sich aus dem ersteren

$$\text{F. C.} - \text{Pos. med} = +0^s.0190 \text{ für } 1830.0$$

Die Reduction des Aequators auf den des F. C. ergibt sich über das mittlere System Auwers zu $-0''.73$ für $+22°.5$.

Die 173 Sterne, die die Pos. med. mit unsern Zonen gemein haben, wurden nach Anbringung dieser Reductionen mittels der 5fachen von Struve beigesetzten Präcession auf 1825.0 gebracht und durch Subtraction derselben von den ebendorthin übertragenen Positionen der Berliner Zone Eigenbewegungen erhalten, die genau genug sind, um Struve's Oerter auf die naheliegende Bessel'sche Epoche zu reduciren. Die so erhaltenen Unterschiede Pos. med. — *B.* wurden summirt, um die Summe der entsprechenden $(z + c)$ vermindert, und ergaben dann durch Division mit der Anzahl die Grösse γ resp. γ^1. Dieselbe wurde aber nicht für den ganzen Zonengürtel, sondern für jedes System getrennt bestimmt, weil die Art, wie die letzten Näherungen in den einzelnen Systemen verliefen, die Vermuthung nahe legte, es möchten systematische Unterschiede der Systeme gegeneinander bestehen, die solchergestalt dann ausgeglichen würden. Dabei müssen die die Systeme trennenden Zwischenzonen, dem Antheile entsprechend, den die Zonen der Systeme an ihnen haben, bei der Bestimmung von γ für jedes System mitwirken.

Auf diesem Wege findet sich

γ_1	$= -4.12$	aus 46.3	Sternen
γ_2	$= -0.70$	» 42.3	»
γ_3	$= -6.98$	» 47.7	»
γ_4	$= -4.83$	» 30.7	»
im Mittel γ	$= -4.20$	» 167	Sternen

wo γ in Hundertelzeitsecunden ausgedrückt ist. In der That weichen die einzelnen γ von dem Mittel in dem Sinne ab, wie es die Näherungen vermuthen lassen. Bei System II waren bedeutend mehr, und zwar negative Näherungen erforderlich als bei den übrigen, die Befürchtung, dass bei ihm also die Werthe z zu klein erhalten seien liegt nahe, der Fehler wird aber ausgeglichen dadurch, dass γ_2 in stark positivem Sinne vom Mittel abweicht. Nächst diesem beanspruchte System III die meisten Näherungen, und zwar zum Schlusse stets in positivem Sinne, ein dadurch event. erzeugter Fehler wird aber ausgeglichen durch das so sehr negative γ_3. Die Systeme I und IV beanspruchten nach der Trennung in Systeme nur wenig Näherungen mehr und ihr γ ist daher auch nicht viel vom mittleren verschieden.

Für die Declinationen ergab sich für

System I $\gamma_1^I = +0''.070$ aus 101 Sternen
» II $\gamma_2^I = -0''.957$ » 56 »
die Zwischenzonen $\gamma^I = -0''.891$ » 16 » ;

darauf wurden die Zwischenzonen mit dem System II vereinigt und das neue $\gamma_2^I = -0''.94$ aus 72 Sternen gefunden.

Die Präcessionen, mit denen die Pos. med. durch Multiplication mit 5 auf 1825 übertragen wurden, sind nicht jene, welche die Constanten der Berliner Zone für 1827.5 geben würden, doch ist der Unterschied sehr klein, derselbe wurde für die Mitte jeder Stunde aus einer einfachen Vergleichung bestimmt und ist dann in dem Sinne 5. Präc. (Pos. med. — B. Z.) mit dem Argumente Mitte des Systems aus einer kleinen dafür hergestellten Tabelle entnommen und an das γ des ganzen Systems angebracht. Diese kleinen Glieder betragen resp. —5, —7, —6, —3 Einheiten der dritten Decimale in A. R., so dass wir definitiv erhalten $\gamma_1 = -0^s.046$, $\gamma_2 = -0^s.014$, $\gamma_3 = -0^s.076$, $\gamma_4 = -0^s.051$. Für das erste Declinationssystem ist dies Glied $-0''.03$, für das zweite $+0''.01$ und wird hierzu noch $-0''.03$ gefügt, da von der Reduction (F. C. — Pos. med.) = $-0''.73$, nur $-0''.7$ bisher angebracht ist, so wird

$$\gamma_1^I = +0''.01, \quad \gamma_2^I = -0''.96.$$

Da wir nunmehr für die einzelnen Zonensysteme, sowohl in A. R. als in Decl. verschiedene Werthe γ anwenden, so sind die ursprünglichen Normalgleichungen für $z_2 - z_1$ u. s. w. nicht strenge erfüllt bei den Zonen, welche die einzelnen Systeme trennen oder an deren Rande liegen. Es schien aber trotzdem geboten, derart nach Systemen getrennte γ zu ermitteln, da die einzelnen z sehr wenig sicher durch ihre Differenzen gegen ein einziges zu Grunde gelegtes bestimmt werden, mit dem sie durch eine lange Reihe von Zwischengliedern in Beziehung gesetzt sind, die oft nur das Resultat weniger Differenzen sind. Dem Uebelstande der Discontinuität in den angewendeten γ wurde nun dadurch begegnet, dass für die trennenden und die Randzonen der Systeme Werthe von γ angewandt wurden, die erhalten wurden als $\frac{\mu\,\gamma_1 + \nu\,\gamma_2}{\mu + \nu}$, wenn μ Sterne der betreffenden Zone auch in Zonen, die dem ersten, ν aber in Zonen, die dem zweiten System angehören, beobachtet sind. Die Hinzufügung der γ zu den Werthen z ergeben nun für jede Zone die systematischen Zonenfehler der Columne E resp. E^1 der folgenden Tabellen, die die gesammten Correctionen jeder Zone und ihre Summe enthalten:

I. Gesammte Correction der Zonen in Rectascension.

In dieser Tabelle steht unter A die Verbesserung für Nutation und Aberration, unter B die für Präcession. Unter C findet sich die Reduction auf F. C., wie sie aus den Uhrsternen für jede Zone gesondert folgt. D gibt die Verbesserung, die aus der Anwendung der Luther'schen Reductionstafeln entsteht, soweit dieselbe constant ist. In der siebenten Columne ist die Summe c dieser Zahlen und in der 8. unter z der systematische Zonenfehler angesetzt, vorstehende sämmtlich in Tausendtelzeitsecunden. Die letzte Spalte gibt dann auf eine Stelle weniger, die als Summe $z+c$ resultirende gesammte Correction der Zone. Da die Correction A mit α fortschreitet, so ist in der zweiten Columne unter der Ueberschrift A. R. die Rectascension angegeben, für welche diese Correction auf eine andere Einheit übergeht. In gleicher Weise gelten diese A. R. auch für die siebente und neunte Columne.

Nr. der Zone	A. R.	A.	B.	C.	D.	c.	z.	Gesammte Correction der Zone
27	$2^h 26^m.0$	—1	+4	—69	+18	—48	—35	$-0^s.08$
	3 8.8	2				49		
		3				50		
195	19 29.2	+5	+2	+27	+25	+58	+24	+0.08
	20 23.2	4				57		
		3						
196	20 42.8	+5	+1	—2	+117	+121	—529	—0.41
	21 20.4	4				120		
	21 52.8	3				119		
	22 27.2	2				118		
		1				117		

Nr. der Zone	A. R.	A.	B.	C.	D.	c.	z.	Gesammte Correction der Zone
198	$20^h 46^m.4$	+5	+1	—45	+26	—13	+118	$+0^s.10$
	21 21.6	4				14		
	21 57.2	3				15		
		2				16		
200a	0 22.4	—1	+1	—80	—80	—160	+230	+0.07
	0 54.4	2				161		
		3				162		
200b	1 27.6	—3	+1	—80	+27	—55	—125	—0.18
	2 4.0	4				56		
		5				57		

Nr. der Zone	A. R.	*A.*	*B.*	*C.*	*D.*	*c.*	*z.*	Gesammte Correction der Zone
201	$22^h 47^m.6$	+3	+1	+13	+33	+50	+146	+0.20
		2				49		
275	9 54.8	−7	0	+68	−10	+51	+221	+0.27
		6				52		
277	7 21.6	−6	0	+58	− 8	+44	+ 54	+0.10
		7				43		
278		−7	0	+56	−10	+39	+ 44	+0.08
279	7 46.4	−7	0	+61	− 7	+47	+ 89	+0.14
		8				46		
290		−1	0	+55	+17	+71	+ 20	+0.09
292		0	0	+55	−13	+42	− 90	−0.05
294		0	− 1	+75	0	+74	− 8	+0.07
295		0	−1	+57	−12	+44	− 98	−0.05
296		0	−1	+44	−10	+31	+ 87	+0.12
298	17 30.8	+1	−1	+55	−15	+40	+160	+0.20
		0				39		
299	17 44.8	+1	−1	+48	−38	+10	+143	+0.15
	19 1.6	0				9		
		−1				8		
301	19 46.8	0	− 1	+54	−11	+42	− 350	− 0.31
		−1				41		
302	19 9.6	+1	−1	+47	−17	+30	+ 5	+0.03
	19 48.8	0				29		
	20 29.6	−1				28		
		2				27		
303	19 49.4	0	−1	+50	−18	+31	(-115)	+0.04
	20 23.6	−1				30	+ 10	
	20 58.4	2				29		
		3				28		
304	20 25.4	− 1	−1	+43	−17	+24	+ 14	+0.04
		2				23		
307	20 36.0	−1	−1	+43	−13	+28	+147	+0.17
		2				27		
309	21 8.8	−2	−1	+51	−17	+31	+ 1	+0.03
	21 41.6	3				30		
	22 17.2	4				29		
		5				28		
315	20 28.8	+1	−1	+42	−14	+28	− 66	−0.04
	20 53.6	0				27		
		−1				26		

Nr. der Zone	A. R.	*A.*	*B.*	*C.*	*D.*	*c.*	*z.*	Gesammte Correction der Zone
317	$22^h 36^m.8$	−4	−1	+48	−16	+27	− 386	−0.36
		5				26		
319	22 28.8	−3	−1	+41	−19	+18	− 247	−0.23
	22 58.8	4				17		
	23 30.8	5				16		
		6				15		
321a	22 42.8	−4	−1	+72	−19	+48	+ 101	+0.15
	23 8.4	5				47		
		6				46		
321b	23 36.8	−6	−1	+72	−19	+46	− 314	−0.27
		7				45		
323a	21 14.4	0	−1	+52	−14	+37	+ 30	+0.07
		−1				36		
323b	21 37.6	−1	− 1	+52	−14	+36	−1398	−1.36
	22 1.2	2				35		
	22 26.0	3				34		
		4				33		
324	23 13.2	−4	−1	+52	−19	+28	− 101	
	23 48.8	5				27		
	0 30.4	6				26		−0.07
		7				25		−0.08
325	23 10.4	−5	−1	+51	−19	+26	− 188	−0.16
	23 51.2	6				25		
	0 22.8	7				24		
		8				23		
331a		−2	−1	+50	− 6	+41	− 116	−0.08
331b	0 42.8	−2	−1	+50	− 6	+41	+ 159	+0.20
		3				40		
333	2 1.2	−4	−1	+55	− 5	+45	− 6	+0.04
	2 32.4	5				44		
		6				43		
334	5 10.2	−7	−1	+55	− 3	+44	− 51	−0.01
		8				43		
339		−9	−1	+56	− 6	+40	− 16	+0.02
341	7 52.4	−9	−1	+66	− 3	+53	+ 12	+0.07
		8				54		
342		−5	−1	+75	− 4	+65	+ 41	+0.11
343	4 25.6	−5	−1	+54	− 6	+42	− 82	−0.04
		6				41		
344	8 28.0	−8	−1	+54	− 4	+41	− 59	−0.02
		7				42		

Nr. der Zone	A. R.	*A.*	*B.*	*C.*	*D.*	*c.*	*z.*	Gesammte Correction der Zone
345	$9^h\,16^m.8$	— 7	—1	+67	0	+59	— 18	+0.s04
	10 3.2	6				60		
		5				61		
346	5 33.2	— 5	—1	+69	0	+63	—100	—0.04
		6				62		
347	9 10.8	— 7	—1	+69	0	+61	—125	—0.06
		6				62		
348		— 7	—1	+67	0	+59	— 98	—0.04
353	10 59.2	— 4	—1	+63	—4	+54	—106	—0.05
	11 47.6	3				55		
		2				56		
355		— 4	—1	+61	—6	+50	+141	+0.19
362		0	—1	+55	—4	+50	— 61	—0.01
363		0	—1	+65	0	+64	— 73	—0.01
364		+ 1	—1	+84	—7	+77	— 31	+0.05
365		+ 1	—1	+50	—3	+47	— 81	—0.03
369	16 23.6	+ 1	—1	+63	—5	+58	— 34	+0.02
		0				57		
388	0 57.6	— 9	—3	+53	0	+41	—199	—0.16
		10				40		
391		— 9	—3	+51	0	+39	—169	—0.13
392	0 18.0	— 6	—3	+50	0	+41	—244	
	0 52.0	7				40		
	1 33.2	8				39		—0.20
		9				38		—0.21
393		— 9	—3	+50	0	+38	—160	—0.12
395		— 7	—3	+73	0	+63	— 80	—0.02
396		— 7	—3	+48	0	+38	—191	—0.15
405	6 30.4	— 5	—3	+70	—9	+53	+ 39	+0.09
		4				54		
412	13 8.0	+ 3	—4	+58	—6	+51	—174	—0.12
		2				50		
423	16 23.2	0	—4	+63	—6	+53	+ 25	
	16 52.4	— 1				52		
	17 22.8	2				51		
	17 54.4	3				50		+0.08
		4				49		+0.07

Nr. der Zone	A. R.	*A.*	*B.*	*C.*	*D.*	*c.*	*z.*	Gesammte Correction der Zone
427	$16^h\,51^m.2$	0	—4	+55	— 7	+44	— 39	0.s00
	17 22.0	— 1				43		
	17 54.0	2				42		
	18 26.8	3				41		
	19 2.8	4				40		
		5				39		
428	17 45.2	— 2	—4	+39	— 4	+29	+210	+0.24
	18 8.4	3				28		
	18 35.6	4				27		
	19 5.2	5				26		
		6				25		
432	18 1.6	— 1	—4	+60	— 6	+49	+170	
	18 21.2	2				48		
	18 41.6	3				47		
	19 2.4	4				46		
	19 24.0	5				45		+0.22
	19 46.8	6				44		+0.21
		7				43		
437	18 56.6	— 1	— 4	+77	— 8	+64	—211	—0.15
	19 19.6	2				63		
	19 43.0	3				62		
		4				61		
445a	0 49.2	—10	—4	+39	—10	+15	— 9	+0.01
		11				14		
445b		—11	—4	+39	—10	+14	+253	+0.27
453	10 37.8	+ 1	—5	+81	— 2	+75	—125	—0.05
		2				76		
460	13 41.4	+ 2	—5	+56	— 9	+44	—180	—0.14
		1				43		
462	12 56.8	+ 3	—5	+84	$f(\alpha)$	+82	— 25	+0.06
	13 55.6	2				81		
		1				80		
467a		+ 4	—5	+56	— 8	+47	+237	+0.28
467b	11 47.2	+ 4	—5	+56	— 8	+47	— 45	0.00
	12 54.2	3				46		
		2				45		
474	14 50.0	+ 1	—5	+54	— 8	+42	— 28	+0.01
	15 29.2	0				41		
		— 1				40		
477	16 11.2	— 1	—5	+54	— 5	+43	+141	+0.18
	16 36.0	2				42		
	17 1.6	3				41		
	17 28.4	4				40		
	17 56.8	5				39		
		6				38		

Nr. der Zone	A. R.	*A.*	*B.*	*C.*	*D.*	*c.*	*z.*	Gesammte Correction der Zone
488	$22^h 48^m.0$	−10	−5	+42	0	+27	−204	−0.s18
	23 36.0	11				26		
		12				25		
496a	11 13.6	+ 4	−6	+52	0	+50	+ 72	+0.12
		3				49		
496b		+ 3	−6	+52	0	+49	+238	+0.29
496c		+ 3	−6	+52	0	+49	−113	−0.06
500	10 12.4	+ 4	−8	+51	0	+47	− 20	+0.03
	11 6.8	3				46		
		2				45		
502	10 13.6	+ 4	−8	+62	−18	+40	+ 27	
	11 2.8	3				39		
	11 47.6	2				38		+0.07
		1				37		+0.06

Nr. der Zone	A. R.	*A.*	*B.*	*C.*	*D.*	*c.*	*z.*	Gesammte Correction der Zone
503	$11^h 37^m.8$	+3	− 8	+49	−253	−209	− 66	−0.s28
	12 15.2	2				210		
	12 49.8	1				211		
		0				212		
521	4 46.8	+1	− 9	+78	+ 2	+ 72	+ 36	+0.11
		2				73		
523	5 38.0	+1	− 9	+80	− 3	+ 69	+224	+0.29
	6 40.0	2				70		
		3				71		
524		+2	− 9	+84	+ 3	+ 80	+ 47	+0.13
530		−3	−10	+38	0	+ 25	+173	+0.20

II. Gesammte Correctionen der Zonen in Declination.

Hier enthalten die Columnen A_1^I die Aberrationscorrection, A_2^I die Nutationscorrection und da diese sehr veränderlich ist mit α, den Anfangs- und Endwerth derselben für die Zone, wechselt die Summe aller Correctionen in Folge der Abrundung ihre letzte Stelle, so ist unter A. R. das α hingeschrieben, wo dies geschieht und ebenso ist die Nutation dann in zwei Reihen hingeschrieben von denen die eine vorher die zweite nachher gilt. B^I enthält die Präcessionscorrection, C^I die Reduction auf den Aequator, D^I den Unterschied der Reductionstafeln (*Lu-Be*), soweit er constant ist, c^I die Summe aller dieser, z^I den systematischen Zonenfehler und die letzte Columne die gesammte Correction der Zone. Stehen zwei Zahlen bei einer Zone, so steht unter A. R. die Rectascension, von der an die zweite gilt.

Nr.	A_1^I	A. R.	A_2^I	B^I	C^I	D^I	c^I	z^I	Gesammte Correction der Zone
27	−0.″05	$3^h 10^m$	−0.″14 −0.″08	0.″00	+0.″05	0.″00	−0.″14 −0.″08	+0.″93	+0.″8
			−0.08 −0.06				−0.08 −0.06		+0.9
195	−0.12	20 43	0.00 −0.04	0.00	+0.34	0.00	+0.22 +0.18	+4.07	+4.3
			−0.04 −0.05				+0.18 +0.17		+4.2
196	−0.11	21 20	−0.04 −0.07	0.00	+0.34	−0.50	−0.31 −0.34	−1.11	−1.4
			−0.07 −0.12				−0.34 −0.39		−1.5
198	−0.12	21 7	−0.03 −0.06	0.00	+0.34	+0.10	+0.29 +0.26	−1.61	
			−0.06 −0.10				+0.26 +0.22		
200 a	−0.07		−0.18 −0.19	0.00	+0.34	+0.11	+0.20 +0.19	+0.59	+0.8
200 b								−0.13	+0.1
201	−0.10		−0.13 −0.15	0.00	+0.34	+0.11	+0.22 +0.20	+0.35	+0.6
275	+0.04		+0.14 +0.17	0.00	+0.69	+0.00	+0.87 +0.90	+3.09	+4.0
277	+0.02	8 54	+0.07 +0.10	0.00	+0.69	+0.04	+0.82 +0.85	−0.01	+0.8
			+0.10 +0.15				+0.85 +0.90		+0.9

Nr.	A_1^I	A. R.	A_2^I	B^I	C^I	D^I	c^I	z^I	Gesammte Correction der Zone
278	+0.″02		+0.″11 +0.″16	0.″00	+0.″69	+0.″00	+0.″82 +0.″87	+0.″38	+1.″2
279	+0.01	$6^h\,44^m$	+0.05 +0.06 +0.06 +0.11	0.00	+0.69	—0.03	+0.72 +0.73 +0.73 +0.78	+1.82	+2.5 +2.6
290	0.00	14 33	+0.15 +0.12 +0.12 +0.10	0.00	+0.69	+0.07	+0.91 +0.88 +0.88 +0.86	—1.03	—0.1 —0.2
292	0.00	15 57	+0.12 +0.06 +0.06 +0.05	0.00	+0.69	—0.11	+0.70 +0.64 +0.64 +0.63	—2.29	—1.6 —1.7
294	—0.01		+0.10 +0.06	0.00	+0.69	—0.34	+0.44 +0.40	+1.71	+2.1
295	—0.01	15 42	+0.08 +0.07 +0.07 +0.01	0.00	+0.69	0.00	+0.76 +0.75 +0.75 +0.69	+1.20	+2.0 +1.9
296	—0.02	16 33	+0.06 +0.03 +0.03 —0.02	0.00	+0.69	0.00	+0.73 +0.70 +0.70 +0.65	—0.05	+0.7 +0.6
298	—0.05	17 18	0.00 —0.01 —0.01 —0.05	0.00	+0.69	—0.17	+0.47 +0.46 +0.46 +0.42	+2.49	+3.0 +2.9
299	—0.04		—0.02 —0.09	0.00	+0.69	—0.09	+0.54 +0.47	—1.12	—0.6
301	—0.08		—0.12 —0.15	0.00	+0.69	0.00	+0.49 +0.46	—1.66	—1.2
302 a								—0.60	—0.5
302 b	—0.09	19 19	—0.09 —0.11 —0.11 —0.15	0.00	+0.69	—0.38	+0.13 +0.11 +0.11 +0.07	—4.26	—4.1 —4.2
303	—0.08		—0.11 —0.17	0.00	+0.69	—0.11	+0.39 +0.33	—1.97	—1.6
304	—0.08		—0.14 —0.15	0.00	+0.69	—0.06	+0.41 +0.40	—0.96	—0.6
307 a								+2.63	+3.1
307 b	—0.09		—0.15 —0.16	0.00	+0.69	+0.07	+0.52 +0.51	—1.68	—1.2
309	—0.07		—0.17 —0.19	0.00	+0.69	—0.08	+0.37 +0.35	+3.61	+4.0
315	—0.11		—0.17	0.00	+0.69	—0.19	+0.22 +0.22	—0.64	—0.4
317	—0.09		—0.19	0.00	+0.69	—0.09	+0.32 +0.32	+6.67	+7.0
319	—0.09		—0.19 —0.18	0.00	+0.69	0.00	+0.41 +0.42	+1.69	+2.1
321	—0.09		—0.19 —0.18	0.00	+0.69	—0.06	+0.35 +0.36	+2.12	+2.5
323	—0.11		—0.17 —0.19	0.00	+0.69	0.00	+0.41 +0.39	—1.60	—1.2
324	—0.08		—0.19 —0.17	0.00	+0.69	—0.09	+0.33 +0.35	+2.35	+2.7
325	—0.09		—0.19 —0.17	0.00	+0.69	—0.05	+0.36 +0.38	+0.61	+1.0
331	—0.04		—0.16 —0.15	0.00	+1.20	+0.07	+1.07 +1.08	—1.49	—0.4
333 a								—4.61	—3.6
333	—0.03	1 57	—0.13 —0.11 —0.11 —0.07	0.00	+1.20	0.00	+1.04 +1.06 +1.06 +1.10		—3.5
333 b								+2.47	+3.6
334	0		+0.03 +0.11	0.00	+1.20	0.00	+1.23 +1.31	+1.12	+2.4

Nr.	A_1^I	A. R.	A_2^I	B^I	C^I	D^I	c^I	z^I	Gesammte Correction der Zone
339	+0.″02		+0.″13 +0.″16	0.″00	+1.″20	0.″00	+1.″35 +1.″38	+0.″40	+1.″8
341	+0.02		+0.13 +0.18	0.00	+1.20	0.00	+1.35 +1.40	+0.23	+1.6
342	—0.01		—0.01 +0.01	0.00	+1.20	—0.11	+1.07 +1.09	—1.84	—0.8
343	—0.01	5^h 7^m	0 +0.05 +0.05 +0.07	0.00	+1.20	—0.08	+1.11 +1.16 +1.16 +1.18	—0.41	+0.7 +0.8
344	+0.03		+0.16 +0.19	0.00	+1.20	0.00	+1.39 +1.42	+0.66	+2.1
345	+0.04		+0.18 +0.19	0.00	+1.20	0.00	+1.42 +1.43	—0.23	+1.2
346	0.00		+0.07 +0.14	0.00	+1.20	0.00	+1.27 +1.34	+2.59	+3.9
347	+0.03		+0.18 +0.20	0.00	+1.20	—0.02	+1.39 +1.41	—2.02	—0.6
348	0.00	5 41	+0.07 +0.08 +0.08 +0.14	0.00	+1.20	—0.28	+0.99 +1.00 +1.00 +1.06	+1.35	+2.3 +2.4
353	+0.05		+0.19 +0.17	0.00	+1.20	—0.11	+1.33 +1.31	—0.96	+0.4
355	+0.02		+0.19 +0.19	0.00	+1.20	0.00	+1.41 +1.41	—0.31	+1.1
362	0.00		+0.17 +0.11	0.00	+1.20	0.00	+1.37 +1.31	—0.28	+1.1
363	0.00		+0.17 +0.15	0.00	+1.20	—0.08	+1.29 +1.27	—1.68	—0.4
364	0.00		+0.09 +0.01	0.00	+1.20	0.00	+1.29 +1.21	+1.16	+2.4
365	0.00	14 54	+0.06 —0.01 —0.01 —0.02	0.00	+1.20	0.00	+1.26 +1.19 +1.19 +1.18	+0.61	+1.9 +1.8
369	0.00	16 1	0 —0.02 —0.02 —0.10	0.00	+1.20	—0.09	+1.11 +1.09 +1.09 +1.01	+0.36	+1.5 +1.4
388	—0.07		—0.11 —0.02	0.00	+1.08	+0.03	+0.93 +1.02	—0.78	+0.2
391	—0.05	2 34	+0.01 +0.05 +0.05 +0.13	0.00	+1.08	0.00	+1.04 +1.08 +1.08 +1.16	+0.27	+1.3 +1.4
392	—0.07	1 23	—0.11 —0.02 —0.02 +0.02	0.00	+1.08	—0.07	+0.83 +0.92 +0.92 +0.96	—0.27	+0.6 +0.7
393	—0.03		+0.10 +0.18	0.00	+1.08	0.00	+1.15 +1.23	+1.21	+2.4
395	—0.01		+0.11 +0.20	0.00	+0.12	0.00	+0.22 +0.31	+0.53	+0.8
396	—0.01		+0.09 +0.17	0.00	+0.12	0.00	+0.20 +0.28	+1.08	+1.3
405	0.00	5 28	+0.18 +0.20 +0.20 +0.23	0.00	+0.12	—0.09	+0.21 +0.23 +0.23 +0.26	—4.28	—4.1 —4.0
412	+0.01	13 27	+0.08 —0.01 —0.01 —0.05	0.00	+0.12	+0.22	+0.43 +0.34 +0.34 +0.30	—3.69	—3.3 —3.4
423	—0.01	16 27	—0.16 —0.18 —0.18 —0.23	0.00	+0.12	—0.04	—0.09 —0.11 —0.11 —0.16	+3.46	+3.4 +3.3
427	—0.04		—0.20 —0.24	0.00	+0.12	0.00	—0.12 —0.16	+4.93	+4.8

Nr.	A_1^I	A. R.	A_2^I	B^I	C^I	D^I	c^I	z^I	Gesammte Correction der Zone
428	—0″.05		—0″.22 —0″.23	0″.00	+0″.12	0″.00	—0″.15 —0″.16	+3″.89	+3″.7
432	—0.06		—0.23 —0.23	0.00	+0.12	0.00	—0.17 —0.17	+3.99	+3.8
437	—0.12		—0.24 —0.23	0.00	+0.12	0.00	—0.24 —0.23	—3.08	—3.3
445 a	—0.07		—0.01 +0.08	—0.01	+0.12	0.00	+0.03 +0.12	+2.13	+2.2
445 b								+5.58	+5.7
453 a	+0.04	10h 58m	+0.17 +0.09	+0.01	+0.20	—0.02	+0.40 +0.32	+3.40	+3.8
453 b			+0.09 +0.06				+0.32 +0.29	—1.27	—0.9
									—1.0
460	+0.04	14 6	—0.04 —0.11	+0.01	+0.20	0.00	+0.21 +0.14	—2.69	—2.5
			—0.11 —0.13				+0.14 +0.12		—2.6
462	+0.03		—0.04 —0.13	+0.01	+0.20	—0.04	+0.16 +0.07	—3.30	—3.2
467	0.00	13 5	+0.05 —0.05	+0.01	+0.20	0.00	+0.26 +0.16	—4.41	—4.2
			—0.05 —0.07				+0.16 +0.14		—4.3
474	0.00	15 24	—0.14 —0.18	0.00	+0.20	0.00	+0.06 +0.02	—0.47	—0.4
			—0.18 —0.21				+0.02 —0.01		—0.5
477	—0.04	17 24	—0.21 —0.24	0.00	+0.20	0.00	—0.05 —0.08	—0.97	—1.0
			—0.24 —0.25				—0.08 —0.09		—1.1
488	—0.09	0 9	—0.08 +0.02	0.01	+0.20	—0.15	—0.13 —0.03	—4.42	—4.5
			+0.02 +0.04				—0.03 —0.01		—4.4
496	0.00	11 1	+0.05 +0.02	+0.01	+0.06	0.00	+0.12 +0.09	—1.34	—1.2
			+0.02 —0.04				+0.09 +0.03		—1.3
500	+0.02		+0.03 —0.07	+0.01	+0.37	—0.34	+0.09 —0.01	—2.93	—2.9
502	+0.02	11 32	+0.02 —0.07	+0.01	+0.37	0.00	+0.42 +0.33	—1.18	—0.8
			—0.07 —0.10				+0.33 +0.30		—0.9
503	+0.02	12 14	—0.07 —0.11	+0.01	+0.37	0.00	+0.33 +0.29	+2.76	+3.1
			—0.11 —0.15				+0.29 +0.25		+3.0
521	0.00	4 36	+0.21 +0.20	0.00	—0.35	—0.14	—0.28 —0.29	+1.44	+1.2
			+0.20 +0.18				—0.29 —0.31		+1.1
523	0.00		+0.19 +0.12	0.00	—0.35	—0.24	—0.40 —0.47	+0.54	+0.1
524	0.00	6 18	+0.19 +0.15	0.00	—0.35	—0.30	—0.46 —0.50	—1.25	—1.7
			+0.15 +0.14				—0.50 —0.51		—1.8
530	—0.05		+0.20 +0.19	—0.01	—0.35	0.00	—0.21 —0.22	+2.01	+1.8

Diese Correctionen sind abgerundet auf o^s.01 und o″.1, daher sind bei einigen Zonen zwei Werthe dafür gegeben, wenn nämlich in Folge der ziemlich rasch besonders bei den Declinationen mit α veränderlichen Nutationscorrection die Werthe Veränderungen von mehr als o^s.005 oder o″.05 erleiden, und zugefügt ist dann die A. R., von welcher an der neue Werth anzuwenden ist.

Wenn man einen Blick auf die systematischen Fehler allein, d. h. auf die Grössen z wirft, so fällt auf, dass mehrere auf einander folgende Zonen nahezu gleiche z haben, und zwar

in Rectascension	277, 278, 279	mit den	$z = +54, +44, +89$
	298, 299	» »	$z = +160, +143$
	324, 325	» »	$z = -101, -188$
	333, 334, 339, 341	» »	$z = -6, -51, -16, +12$
	343, 344, 345, 346, 347, 348, 353	» »	$z = -82, -59, -18, -100, -125, -98, -106$
	362, 363, 364	» »	$z = -61, -73, -31$
	388, 391, 392, 393, 395, 396	» »	$z = -199, -169, -244, -160, -80, -191$
	423, 427	» »	$z = +25, -39$
	500, 502	» »	$z = -20, +27,$
in Declination	196, 198	mit den	$z = -1.11, -1.61$
	294, 295	» »	$z = +1.71, +1.20$
	319, 321	» »	$z = +1.69, +2.12$
	334, 339, 341	» »	$z = +1.12, +0.40, +0.23$
	395, 396	» »	$z = +0.53, +1.08$
	423, 427, 428, 432	» »	$z = +3.46, +4.93, +3.89, +3.99$
	460, 462, 467	» »	$z = -2.69, -3.30, -4.41$
	521, 523	» »	$z = +1.44, +0.54.$

Sieht man die Königsberger Beobachtungen nach, so findet man, dass die hier als zueinander gehörig angeführten Zonen in derselben Lage des Instrumentes beobachtet wurden, d. h. dass für dieselben die gleichen Instrumentalconstanten zur Reduction angewendet sind. Die Vermuthung liegt also nahe, dass die Uebereinstimmung der systematischen Zonenfehler herrührt von Fehlern in diesen Reductionselementen, die alle Zonen der Periode dann in gleicher Weise beeinflusst haben. Und ebenso kann ein unbeachtet gebliebenes Verlassen der Lager seitens des Instruments, mehrere auf einander folgende Zonen gleichmässig afficirt haben.

Von den gefundenen systematischen Fehlern wurde der von Zone 303 in A. R. $= -0^s.115$ nicht angewandt, da er nur auf zwei Sternen beruht und die Zonen 302 und 304, die in derselben Beobachtungsperiode liegen, die kleinen Fehler $+0^s.005$ und $+0^s.014$ haben. Statt dessen erhielt diese Zone das Mittel aus den beiden letzten Zahlen $+0^s.010$ als Fehler zugewiesen.

Bei Ableitung der Correctionsgrösse γ wurde übersehen, dass die Pos. med. noch jene kleinen auf p. 360 angeführten Corr. ultimae erfordern, die an den Catalogus generalis noch nicht angebracht sind. Deren Einfluss wird später berücksichtigt werden.

§ 6. Die zufälligen Fehler der einzelnen Zonen und ihre Gewichte.

Bei Behandlung der Differenzen zwischen den Beobachtungen desselben Sternes in verschiedenen Zonen fällt es auf, dass bei einigen Zonen diese Differenzen sehr gut, bei andern wieder recht schlecht unter einander stimmen. Dies ist natürlich den Beobachtungsfehlern zur Last zu legen, und es drängt sich so die Ueberzeugung auf, dass einigen Zonen bedeutend grössere mittlere Fehler zukommen als andern, und es muss desshalb versucht werden, diese mittleren Fehler, so gut es geht, zu bestimmen. Ist nämlich α der Beobachtungsfehler der Position a der einen Zone, β aber der der zweiten Position b, so ist im Mittel aus vielen Beobachtungen $\alpha^2 + \beta^2 = (a - b)^2$.

Ist der Stern in drei Zonen beobachtet, die die mittleren Fehler α, β, γ haben, während a, b, c die drei Positionen sind, so ist

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \tfrac{3}{2}\left\{(a - \tfrac{a+b+c}{3})^2 + (b - \tfrac{a+b+c}{3})^2 + (c - \tfrac{a+b+c}{3})^2\right\}$$

und für vier Zonen entsprechend

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = \tfrac{4}{3}\left\{(a - \tfrac{a+b+c+d}{4})^2 + (b - \tfrac{a+b+c+d}{4})^2 + (c - \tfrac{a+b+c+d}{4})^2 + (d - \tfrac{a+b+c+d}{4})^2\right\}$$

Diese drei Relationen beruhen auf dem Satze, dass bei m Beobachtungen die Summe der Quadrate der wahren Fehler gleich m-mal dem Quadrate des mittleren Fehlers einer Beobachtung, die Summe der Quadrate der Abweichungen vom Mittel aber $= (m - 1)$ mal dieser Grösse ist, oder in der gebräuchlichen Schreibweise

$$[\Delta\,\Delta] = m\,\varepsilon^2$$
$$[v\,v] = (m - 1)\,\varepsilon^2$$

woraus $[\Delta\,\Delta] = \frac{m}{m-1}[v\,v]$ folgt. Leicht lassen sich die obigen Ausdrücke umsetzen in die zur Rechnung bequemen:

$$\alpha^2 + \beta^2 = (a - b)^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \frac{1}{2}\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = \frac{1}{3}\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - d)^2 + (d - a)^2 + (a - c)^2 + (b - d)^2\}.$$

In mehr als vier Zonen kommt kein Stern vor. Die Ausdrücke $(a - b)$ etc. werden erhalten, wenn man den gegebenen Differenzen der Positionen desselben Sternes die Differenz der in demselben Sinne genommenen systematischen Zonencorrectionen hinzufügt, also der $z + c$. Somit erhalten wir aus allen zweifach, dreifach und vierfach beobachteten Sternen Gleichungen zur Ermittlung der Quadrate der mittleren Fehler der 86 resp. 84 Zonen, die jedoch nicht das nämliche Gewicht bekommen, denn sei ε^2 das Quadrat des mittleren Fehlers der Quadrate $(a - b)^2$, $(a - c)^2$ etc., so werden die mittleren Fehlerquadrate für die rechten Seiten der Gleichungen $\varepsilon^2, \frac{1}{4} \cdot 3\,\varepsilon^2, \frac{1}{9} \cdot 6\,\varepsilon^2$, also $= \varepsilon^2, \frac{3}{4}\varepsilon^2, \frac{2}{3}\varepsilon^2$ und sonach die Gewichte einer Gleichung aus 2, 3, 4 Fehlerquadraten resp. 1, $^4/_3$, $^3/_2$. Die Auflösung des Gleichungssystems geschah auch hier durch Näherungen, die aber selbstverständlich rascher convergiren als bei dem System für die systematischen Fehler, weil hier alle Coefficienten positiv sind. Für den ersten Näherungswerth wurde die Annahme gemacht, dass die Nebenunbekannten unter sich und mit der Hauptunbekannten gleich seien, so dass das durch die Summe der Coefficienten dividirte absolute Glied denselben ergab. Bei der Auflösung aber zeigte sich nun bald, dass gewisse Fehlerquadrate sich negativ ergeben würden, und zwar meist bei solchen kleinen Zonen, bei denen die wenigen doppelt beobachteten Sterne sich zufällig einer besonders guten Uebereinstimmung erfreuen. Da nun in diesen Gleichungen die Nebenunbekannten bisweilen grosse Werthe erhalten, wie sie ihnen eben aus ihren eignen Gleichungen zukommen, so werden dann natürlich die Hauptunbekannten unter o herabgedrückt. Nachdem drei Näherungen in Rectascension diese (10) Zonen angezeigt, wurde einfach das Mittel aus den ersten Näherungen dieser Zonen als das mittlere Fehlerquadrat derselben betrachtet, und mit diesen Annahmen wurden die Näherungen für die anderen Zonen fortgesetzt und sehr bald beendigt. Analog mussten in Declination bald für 9 Zonen die Fehlerquadrate angenommen werden, dann wurden die Näherungen vollendet. Es konnte trotz dieser Annahmen nicht vermieden werden, dass sich für einige Fehlerquadrate kleinere Werthe als jene von vornherein angenommenen ergaben, in Declination sogar einige negative, indess wurden diese bei der Weiterrechnung eben so gross angenommen wie jene. Bestimmt man nun zunächst das Mittel aus den erhaltenen Fehlerquadraten, was durch Division der Summe aller Gleichungscoefficienten in die Summe der absoluten Glieder geschieht, so resultirt als der durchschnittliche

mittlere Fehler einer A. R. =	$\pm 0^s.1969$,	einer Decl.	$\pm 1''.826$,
während Struve	± 0.2224	und	± 2.397 findet;
die wahrscheinlichen Fehler sind	± 0.1327	und	± 1.231,
während Struve dieselben zu	± 0.1500	und	± 1.617

aus dem Weisse'schen zweiten Cataloge ableitet. Diese Verminderung der mittleren und wahrscheinlichen Fehler spricht entschieden dafür, dass die angebrachten Correctionen $z + c$ im Allgemeinen eine Verbesserung der Weisse'schen Positionen bedeuten. Dass die Verminderung des mittleren Fehlers bei den Rectascensionen eine geringere ist als bei den Declinationen, rührt daher, dass bei Ableitung des mittleren Fehlers einer A. R. Struve diejenigen Zonen, für welche er selbst schon grosse systematische Fehler gefunden hatte, ausschloss, während er in Declination alle Zonen mitgenommen hat.

Es sind nun den Zonen, je nach der Grösse ihrer mittleren Fehler, Gewichte beigelegt worden, nachdem vorher untersucht war, inwieweit die Bemerkungen Bessel's über den während der Zone stattfindenden Luftzustand durch die Grösse der gefundenen Fehler repräsentirt wurden. Bei den Zonen bis 488 hat Bessel nur bei schlechter oder besonders guter Luft Bemerkungen gemacht, von da ab zur Wiedergabe der Luftverhältnisse eine Scala von 1 bis 4 angewandt. In A. R. entspricht in beinahe allen Fällen einem von Bessel angezeigten schlechten Luftzustand ein grosser mittlerer Fehler, bei den Decl. in weitaus den meisten. Abweichungen zeigen sich fast nur bei den Zonen in $+26°$ Decl., die nur sehr wenige Sterne enthalten und deren Fehler daher sehr problematisch ist. Die geringere Uebereinstimmung bei den Declinationen ist übrigens auch dadurch erklärlich, dass hier noch ein zweiter Beobachter mitwirkte, also die Güte des Resultats als eine complicirtere Function erscheint wie bei den R. A. Eine gütige Mittheilung des Herrn Dr. Franz, der sich die Mühe nahm, die Tage-

bücher der Königsberger Sternwarte daraufhin durchzusehen, besagt nun, dass die Declinationen (der Handschrift nach zu urtheilen) abgelesen worden sind

von Argelander für die Zonen 1 bis 160
» Rosenberger » » » 161—281, 288—294, 297—373
» Anger » » » 282—287, 295, 296
» Busch » » » 374—536.

Es gewährt ein gewisses Interesse, aus den in vorliegender Arbeit vorkommenden Zonen die Mittel der Fehlerquadrate in Declination für die von den einzelnen Beobachtern abgelesenen Zonen zu bilden. Es findet sich für

1	von	Argelander	beob. Zone	das mittl. Fehlerquadrat zu	0″.90
50	»	Rosenberger	» Zonen	» »	»	» 2.15
2	»	Anger	» »	» »	»	» 3.00
31	»	Busch	» »	» »	»	» 4.70.

Soweit zeigt sich ein fortwährendes Wachsen der Fehlerquadrate mit der Zeit, wenngleich die Zahl der Zonen für Argelander und Anger wohl eine zu geringe ist, um mit Sicherheit für sie die mittleren Fehlerquadrate angeben zu können. Zum Theil liegt die Ursache für das Wachsen des Fehlers auch darin, dass Bessel nach seiner eigenen Angabe bei den Zonen der zweiten Abtheilung von 273 an mehr geeilt hat, als bei den früheren, freilich preist er selbst die Geschicklichkeit Argelander's, die von den späteren Beobachtern nicht erreicht sei.

Es wurden nun auf die Zonen die Gewichte 1, $^3/_2$, 2, $^5/_2$, 3 so vertheilt, dass zunächst diejenigen mit sehr grossen Fehlerquadraten, bei denen auch Bessel eine Bemerkung über schlechten Luftzustand gemacht, das Gewicht 1, diejenigen mit sehr kleinen Fehlerquadraten, die auch Bessel gerühmt, das Gewicht 3 erhielten; bei den übrigen von Bessel bezeichneten Zonen, wo beides nicht so vollkommen zusammentraf, wurden dann nach Abwägung beider Umstände die Gewichte $^5/_2$, 2 und $^3/_2$ gegeben. Für diejenigen Zonen, die von Bessel keine Bemerkung erhalten haben, wurden diese drei Gewichte so vertheilt, dass bei den Rectascensionen die Zonen, deren Fehlerquadrat bis zu 0ˢ.022 ging mit $^5/_2$, die deren Fehlerquadrat 0ˢ.039 überstieg mit $^3/_2$, die dazwischenliegenden mit 2 versehen wurden. Bei den Declinationen war 1″.9 die untere, 3″.8 die obere Grenze des Gewichtes 2. Auf diese Weise werden die einzelnen Fehlerquadrate möglichst so bestimmt, dass die Summe der Producte aus den Fehlerquadraten und der Anzahl der Beobachtungen, aus denen sie erhalten wurden, nahe die gleiche ist, für die aus den Gleichungen resultirenden, und den Gewichten gemäss angenommenen Fehlerquadrate. Es entspricht aber dem Gewicht 1 in Declination ein mittleres Fehlerquadrat von 5″.6

» Rectascension » » » » 0ˢ.066.

Nimmt man jedoch auch die Zonen, bei denen Bessel eine Bemerkung über den Luftzustand gemacht, mit zur Bestimmung des Quadrats des mittleren Fehlers, das den verschiedenen Gewichten zukommt, so entspricht dem Gewichte ein mittl. Fehlerquadrat von

	in A. R.	in Decl.
3	0ˢ.0223	1″.949
$2^1/_2$	267	2.338
2	334	2.923
$1^1/_2$	445	3.897
1	688	5.846

Fügt man hierzu das Quadrat des mittleren Fehlers einer Berliner Beobachtung, so erhält man das Quadrat des mittleren Fehlers, der einer Differenz B. Z. $-W_2$ anhaftet für die einzelnen Gewichtsclassen und kann sich alsdann ein Täfelchen berechnen, welches die Wahrscheinlichkeit angibt dafür, dass ein solcher Unterschied B. Z. $-W_2$ nur durch Beobachtungsfehler, nicht durch E. B. entstanden ist.

§ 7. Die Ermittlung der Restglieder der systematischen Zonenfehler mit Hülfe der Berliner Zone.

Nachdem man in den Besitz der gesammten Correctionen einer Zone gelangt war, wurden diese Correctionen den Weisse'schen Positionen zugefügt und die Summe von der auf 1825.0 reducirten Angabe der B. Z. abgezogen und dadurch das Material erhalten, welches die Grundlage der weiteren Rechnung hinsichtlich der Präcessionsconstante und der Sonnenbewegung bildete. Man wird indess zugeben müssen, dass die hier vollzogene Bestimmung der systematischen Zonenfehler, wenn sie auch im Allgemeinen eine Verbesserung der

Positionen herbeigeführt zu haben scheint, doch im einzelnen noch recht fehlerhaft sein kann, wenn man erwägt, dass die Bestimmung der einzelnen Unbekannten nur durch deren Differenzen erfolgt, dass der Zusammenhang des ganzen Systems an einigen Stellen nur auf ein paar Sternen beruht, und dass endlich gewisse so erhaltene systematische Fehler nur der Ausdruck von zufälligen Fehlern sein mögen, die bei den wenigen zu Grunde liegenden Sternen mehr im einen als im andern Sinne von o verschieden gewesen sein können. Betrachtet man ferner folgende Zusammenstellung der in den einzelnen Zonen überhaupt mit B. Z. gemeinsamen Sterne (Columne *a*) und die Anzahl der Beobachtungen, die von ihnen in andern Zonen vorkommen (Columne *b*),

Zone	*a*	*b*	*b*/*a*	Zone	*a*	*b*	*b*/*a*	Zone	*a*	*b*	*b*/*a*	Zone	*a*	*b*	*b*/*a*
27	121	32	0.26	307	39	19	0.49	347	14	9	0.04	445a	134	43	0.32
195	58	22	0.38	309	19	10	0.53	348	155	30	0.19	445b	3	3	1.00
196	93	22	0.24	315	65	33	0.50	353	87	43	0.50	453	142	85	0.70
198	169	35	0.21	317	2	4	2.00	355	27	17	0.63	460	117	35	0.30
200a	38	11	0.29	319	134	45	0.33	362	38	6	0.16	462	22	13	0.59
200b	36	9	0.25	321a	7	8	1.14	363	26	15	0.57	467a	11	9	0.82
201	24	11	0.46	321b	7	9	1.28	364	105	44	0.42	467b	139	57	0.41
275	54	15	0.27	323a	26	15	0.57	365	28	15	0.54	474	105	81	0.80
277	124	21	0.17	323b	98	22	0.23	369	159	33	0.21	477	38	23	0.61
278	176	40	0.23	324	50	17	0.34	388	9	8	0.89	488	180	75	0.42
279	198	23	0.12	325	117	71	0.61	391	85	15	0.18	496a	74	68	0.92
290	42	8	0.18	331a	10	6	0.60	392	135	31	0.23	496b	18	17	0.94
292	120	94	0.78	331b	10	5	0.50	393	150	38	0.25	496c	10	11	1.10
294	34	15	0.44	333	13	11	0.85	395	156	92	0.59	500	13	4	0.31
295	74	21	0.28	334	125	65	0.52	396	10	8	0.80	502	70	15	0.21
296	150	31	0.21	339	106	16	0.15	405	25	18	0.72	503	24	10	0.42
298	10	4	0.40	341	23	9	0.39	412	166	68	0.41	521	120	74	0.62
299	180	33	0.18	342	19	16	0.89	423	25	15	0.60	523	14	10	0.72
301	87	28	0.32	343	52	18	0.34	427	109	26	0.24	524	155	64	0.41
302	196	41	0.21	344	73	29	0.40	428	229	42	0.19	530	141	31	0.22
303	12	2	0.17	345	115	47	0.41	432	30	17	0.57				
304	47	30	0.64	346	71	18	0.26	437	74	21	0.28				

so lässt sich nicht läugnen, dass bei einigen Zonen der systematische Fehler nur auf einer geringen Zahl der Zonensterne beruht und dass es etwas gewagt ist, den aus ihnen ermittelten auch an die andern Sterne anzubringen. Im Ganzen stehen 6596 Zonenbeobachtungen 2380 Beobachtungen gegenüber, von denen sich zwei oder mehr auf denselben Stern beziehen und wollten wir bei den erhaltenen systematischen Zonenfehlern stehen bleiben, so würde der aus den letzteren ermittelte Fehler auf beinahe die dreifache Zahl der Beobachtungen angewandt.

Es wurden daher mit Hülfe der Positionen der Berliner Zone noch mit Benutzung beinahe aller Sterne einer Zone Verbesserungen des Zonenfehlers bestimmt. Wenn die Positionen zweier Cataloge auf gleiches Aequinox und gleichen Aequator bezogen sind, wie dies hier geschehen, so können sie sich nur noch unterscheiden um Beträge, die von einem Fehler der zur Reduction angewandten Präcessionsconstante, von der parallactischen Bewegung der Sterne, ihrem motus peculiaris und den systematischen und zufälligen Fehlern der Cataloge herrühren. Nimmt man nun eine grosse Anzahl von Sternen, die nur geringe Differenzen der beiden Cataloge aufweisen, so ist deren motus peculiaris für jeden einzelnen Stern voraussichtlich schon klein, aus dem Mittel aller Sterne einer Zone aber hebt er sich höchstwahrscheinlich heraus, ebenso die zufälligen Fehler. Die fehlerhafte Präcessionsconstante und die Sonnenbewegung zusammen erzeugen Unterschiede, die sowohl in A.R. als in Decl. aus einer Constanten und einem von cos und sin der einfachen Rectascension abhängenden Gliede bestehen, da die Declination für alle hier in Betracht kommenden Sterne constant $= 22.5°$ gesetzt werden kann. Ohne dass uns vorläufig die Zusammensetzung der Coefficienten dieser Darstellung aus dem Fehler der Präcessionsconstante und den Constanten der Sonnenbewegung interessirt, darf also gesetzt werden:

$$d\alpha = a + b \cos \alpha + c \sin \alpha + \zeta$$
$$d\delta = a^1 + b^1 \cos \alpha + c^1 \sin \alpha + \zeta^1,$$

wo ξ und ξ^1 die noch übrigen systematischen Fehler der Bessel'schen Zone bezeichnen, der der Stern angehört, allerdings jetzt nicht mehr rein nur der Bessel'schen Zone, denn wenn die Positionen der Berliner Zone, die mit Sternen einer Bessel'schen Zone in Beziehung treten, sämmtlich oder grösstentheils mit einem systematischen Fehler behaftet sein sollten, so würde dadurch ξ resp. ξ^1 die Differenz beider systematischen Fehler des der B. Z. und des der Bessel'schen Zone sein. Diese ξ und ξ^1 verdienen also jetzt nicht mehr den Namen Restglieder der systematischen Fehler der betr. Zone, sondern systematisches Reductionsglied der Bessel'schen Zone auf Berlin. Die Summe sämmtlicher ξ sowohl als der ξ^1 ist = o, denn sonst wäre ja noch ein Unterschied der Aequinoctien oder der Aequatoren zwischen beiden Catalogen vorhanden. Da wir aber, mögen die aus Bessel's Positionen allein bestimmten z mit Fehlern noch behaftet sein, mit welchen sie wollen, allen eine Grösse γ zugefügt haben, die aus Struve's Pos. med. bestimmt, dieselben auf das System des F. C. reducirte, so können also wohl einige z noch positive Verbesserungen erfordern, dann werden aber andere ebensogrosse negative Correctionen verlangen und auf das ganze System der Unterschiede wirken sie wie zufällige Fehler.

Wenn man daher aus allen Sternen, welche die obige Bedingung erfüllen, die Constanten a, b, c resp. a^1, b^1, c^1 ableitet, dann mit diesen Constanten für die Rectascensionen der betreffenden Zone die Werthe:

$$\Delta\alpha = a + b \cos\alpha + c \sin\alpha$$
$$\Delta\delta = a^1 + b^1 \cos\alpha + c^1 \sin\alpha$$

wieder herstellt, so ist das systematische Reductionsglied

$$\left.\begin{aligned}\xi &= d\alpha - \Delta\alpha\\ \xi^1 &= d\delta - \Delta\delta\end{aligned}\right\}$$

wenn aus all diesen Differenzen in der betreffenden Zone das Mittel genommen wird.

Es muss indess bemerkt werden, dass, wenn die z mehrerer benachbarter Bessel'scher Zonen etwa noch dieselbe oder eine nahezu gleiche Verbesserung erfordern, dann doch die Gesammtheit der Correctionen ξ nicht wie zufällige Fehler wirken, sondern die Coefficienten a, b, c dadurch, freilich nicht beträchtlich, afficirt werden würden. Infolge dessen wären auch die dann erhaltenen ξ nicht vollkommen richtig. Leider muss die Möglichkeit dieses Falles zugegeben werden; denn da sich bei jener ersteren Auflösung für die z immer mehrere Zonen auf dieselbe Zone stützen, so müssten, falls etwa alle Sterne dieser Zone mit einem in demselben Sinne wirkenden zufälligen Fehler behaftet wären (was bei der oft geringen Anzahl dieser Sterne geschehen kann), die systematischen Correctionen dieser Nachbarzonen alle in gleicher Richtung verfälscht auftreten und dieselben vermöchten diese Wirkung weiter zu pflanzen, bis irgend wo einmal mehrere in entgegengesetztem Sinne wirkenden zufälligen Fehler erscheinen.

Es wurden zu dem Zwecke die Unterschiede Berlin-Königsberg für die einzelnen Königsberger Zonen nach Gruppen zusammengefasst nach Ausschluss aller derjenigen, die um mehr als $0^s.5$ in A. R. oder $6''$ in Decl. von dem Mittel einer Gruppe abwichen, indem dabei die ganze Zone in Gruppen von etwa 20—30 Sternen zerlegt wurde, sodass die längeren Zonen bis zu 6 Gruppen enthalten, kleinere Zonen aber überhaupt nicht zerlegt erscheinen. War eine Zone bei der früheren Auflösung in Rücksicht auf z getrennt worden, so wurde bewirkt, dass die Trennungsstelle die Grenze zweier Gruppen bildete, weil sich dann eine Möglichkeit bietet, die Berechtigung der Trennung zu untersuchen. Ausserdem wurden alle Sterne, welche heller als $6^m.7$ waren, von jener Zusammenstellung ausgeschlossen. Nun wurden die Mittel für die Gruppen gebildet, die zugehörige Rectascension einfach als das Mittel der Rectascensionen des ersten und letzten Sterns der Gruppe angenommen und die Gewichte als das Product aus der Anzahl der Sterne der Gruppe und dem Gewicht der Zone beigesetzt. Da die Zwischenzeit der beiden Epochen eine beträchtlich verschiedene für die einzelnen Zonen ist — sie schwankt zwischen 59.7 und 48.6 Jahren — so müssen die Unterschiede durch diese Zwischenzeiten dividirt werden, um jährliche Unterschiede zu erhalten. Die mittlere Epoche der B. Z. wurde hierbei zu 1881.5 angenommen. Die Normalgleichungen

$$a \cdot \Sigma p + b\,\Sigma p \cos\alpha + c\,\Sigma p \sin\alpha = \Sigma p\,\Delta\alpha$$
$$a\,\Sigma p \cos\alpha + b\,\Sigma p \cos^2\alpha + c\,\Sigma \tfrac{p}{2} \sin 2\alpha = \Sigma p\,\Delta\alpha \cos\alpha$$
$$a\,\Sigma p \sin\alpha + b\,\Sigma \tfrac{p}{2} \sin 2\alpha + c\,\Sigma p \sin^2\alpha = \Sigma p\,\Delta\alpha \sin\alpha$$

(und entsprechend für die Declinationen) ergeben nun folgende Darstellungen, zunächst getrennt für die einzelnen 2° breiten Zonengürtel Bessels:

Zonen in $+20^\circ$ Decl.: $\Delta\alpha^s = -7.2557 + 6.9081 \cos\alpha - 6.6165 \sin\alpha$
» » $+22^\circ$ Decl.: $-7.1969 + 7.1346 \cos\alpha + 6.0371 \sin\alpha$
» » $+24^\circ$ Decl.: $-7.2147 + 7.1455 \cos\alpha + 6.7174 \sin\alpha$
» » $+26^\circ$ Decl.: $-7.3841 + 6.9105 \cos\alpha + 6.7190 \sin\alpha$

und für die Declinationen

$$\begin{aligned}
&\text{Zonen in } +20^\circ \text{ Decl. } \Delta\delta'' = -8.2735 - 7.7052 \cos\alpha - 7.1816 \sin\alpha\\
&\quad\text{»} \quad\text{»} \; +22^\circ \text{ Decl.} \qquad -7.3522 - 8.2287 \cos\alpha - 7.8017 \sin\alpha\\
&\quad\text{»} \quad\text{»} \; +24^\circ \text{ Decl.} \qquad +5.6716 - 8.1348 \cos\alpha + 7.4944 \sin\alpha\\
&\quad\text{»} \quad\text{»} \; +26^\circ \text{ Decl.} \qquad -7.5856 - 8.1365 \cos\alpha + 7.9878 \sin\alpha
\end{aligned}$$

und da sich in den Coefficienten der Gleichungen, die in Logarithmen, deren Kennziffer um 10 zu vermindern ist, angegeben sind, keinerlei Gang nach der Declination zeigt, wurden dieselben ihren Gewichten gemäss zu Mitteln vereinigt und ergaben folgende Darstellungen:

$$\begin{aligned}
\Delta\alpha^s &= -7.2257 + 7.0954 \cos\alpha + 6.2317 \sin\alpha\\
\Delta\delta'' &= -7.6804 - 8.1288 \cos\alpha - 7.1407 \sin\alpha
\end{aligned}$$

und wenn man hier die beiden von sin und cos abhängigen Glieder in bekannter Weise zusammenfasst

$$\begin{aligned}
\Delta\alpha^s &= -7.2257 + 7.0995 \sin(\alpha - 277^\circ 8)\\
\Delta\delta'' &= -7.6804 - 8.1312 \sin(\alpha - 275^\circ 9).
\end{aligned}$$

Die vereinigte Wirkung von Correction der Präcessionsconstante und parallactischer Bewegung äussert sich also bei diesen schwächeren, schwach bewegten Sternen derart, dass das Vorzeichen des von α abhängigen Theiles der bewirkten Verschiebung für constante Declinationen etwa in $\frac{277.8 + 275.9}{2} = 276^\circ 85$ R. A. wechselt. Diese Darstellungen für das jährliche $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ wurden nun mit dem von 10 und 10° fortschreitenden Argumente α tabulirt. Für die mittlere Rectascension jeder der oben erwähnten Gruppen wurden dieser Tafel dann die $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ entnommen und nach Multiplication mit der Zwischenzeit der Epochen mit dem Mittel der Unterschiede *Be—Ko* dieser Gruppe verglichen. Ist Δz nun die gesuchte, noch an die Königsberger Zonen anzubringende systematische Correction, derart dass

$$\begin{aligned}
Be - (Ko + \Delta z) &= \Delta\alpha\\
Be - (Ko + \Delta z^1) &= \Delta\delta
\end{aligned}$$

so wird $$\Delta z = (Be - Ko)_\alpha - \Delta\alpha, \quad \Delta z^1 = (Be - Ko)_\delta - \Delta\delta$$

erhalten, indem man von dem Mittel der Unterschiede *Be—Ko* das der Tafel entnommene $\Delta\alpha$ resp. $\Delta\delta$ abzieht. Betrachtet man die Δz für die einzelnen Gruppen derselben Zone, so bemerkt man bei einigen Zonen eine deutlich ausgesprochene Abhängigkeit derselben von der Rectascension, einen Gang, der nur herrühren kann von einer fehlerhaften Annahme über den Uhrgang bei den A. R., von einer Veränderung des Nullpunkts bei den Decl. Ueberall da, wo das Vorhandensein mehrerer Gruppen einen solchen Gang erkennen liess, wurden die Δz in der Form $a + b\,(t - t_o)$ dargestellt. Dabei zeigte sich b für die A. R. stets negativ. War Bessel's Beobachtungsuhr nicht völlig compensirt, so musste sie in den kühleren Beobachtungsstunden der Nacht einen rascheren Gang zeigen als im Mittel für 24 Stunden, d. h. gegen das von Bessel angenommene Mittel des Uhrgangs eine negative Correction verlangen; dass also b sich stets negativ zeigt, dürfte wohl ein zwingender Grund sein, für die Veränderung des Δz bei den A. R. den Uhrgang verantwortlich zu machen. Bei den Declinationen hat b^1 nicht gerade vorwiegend ein Vorzeichen; auch eine Abhängigkeit von der Kreislage des Instruments ist nicht angedeutet, indem von

$$\left.\begin{aligned}
&18 \text{ positiven } b^1 : 9 \text{ in Westlage, } 9 \text{ in Ostlage}\\
&16 \text{ negativen } b^1 : 8 \text{ » } \quad \text{» } \quad 8 \text{ » } \quad \text{» }
\end{aligned}\right\}$$

des Instruments vorkommen. Da in Declination mehrere Ursachen bei der Veränderung des Nullpunkts mitwirken — der Einfluss der Körperwärme der beiden Beobachter, die für *K. W.* und *K. O.* verschiedene Stellungen gegen das Instrument einnehmen, ein etwaiges allmähliches Zurücksinken des durch einen Stoss aus den Lagern gebrachten Instrumentes in dieselben, Luftströmungen im Beobachtungsraum etc., so ist es nicht zu verwundern, dass hier keine Ursache vor den andern ausgezeichnet hervortritt. Die Δz und Δz^1 ergeben nun folgende Restcorrectionen der Weisse'schen Positionen nach Zonen geordnet und mit Beifügung der aus diesen Positionen allein ermittelten z zur Vergleichung:

Systematische Zonenfehler z und Correctionen Δz derselben in Rectascension.

	Nr. der Zone	Systematischer Fehler z aus Bessel's Beob. allein	Letzte Correction Δz für die Zonen aus den Abweichungen von der Formel $f - x\cos\alpha + y\sin\alpha$
	195	$+0^s.024$	$-0^s.099$
	196	-0.529	$-0.064 - 0.035\ (\alpha - 21^h\,3/4)$
	198	$+0.118$	$-0.039 - 0.094\ (\alpha - 21^h\,1/4)$
System I, die letzten Näherungen ergaben stets positive Correctionen. Reduction auf Pos. med. $-0^s.046$	323a	$+0.030$	-0.076
	315	-0.066	$-0.076 - 0.175\ (\alpha - 20^h\,3/4)$
	303	$+0.010$	-0.009
	307	$+0.147$	-0.128
	304	$+0.014$	[2]
	301	-0.350	$+0.106$
	302	$+0.005$	$+0.006 - 0.092\ (\alpha - 20)$
	432	$+0.170$	-0.142
	428	$+0.210$	$-0.117 - 0.152\ (\alpha - 18^h\,1/2)$
	299	$+0.143$	$+0.010 - 0.017\ (\alpha - 18^h\,1/4)$
	437	-0.211	$-0.015 - 0.113\ (\alpha - 19^h\,1/2)$
	427	-0.039	$+0.041$
	423	$+0.025$	-0.144
	298	$+0.160$	$+0.005$
	477	$+0.141$	-0.149
	369	-0.034	$+0.020 - 0.185\ (\alpha - 16^h\,1/2)$
	296	$+0.087$	$-0.044 - 0.045\ (\alpha - 16^h\,3/4)$
	295	-0.098	$+0.090$
	294	-0.008	$+0.098$
	290	$+0.020$	$+0.137$
	292	-0.090	$+0.060 - 0.081\ (\alpha - 15^h\,1/4)$
	474	-0.028	$+0.029$
System II. Die letzten Näherungen ergaben stets negative Correctionen. Reduction auf Pos. med. $-0^s.014$	365	-0.081	-0.043
	364	-0.031	-0.024
	462	-0.025	-0.017
	412	-0.174	$+0.083 - 0.111\ (\alpha - 13)$
	460	-0.180	$+0.018 - 0.076\ (\alpha - 13^h\,3/4)$
	362	-0.061	$+0.062$
	467a	$+0.237$	$+0.054$
	467b	-0.045	
	363	-0.073	$+0.109$
	503	-0.066	$+0.155$
	500	-0.020	-0.033
	353	-0.106	$+0.011 - 0.082\ (\alpha - 11^h\,1/4)$
	496a	$+0.072$	$-0.059 - 0.015\ (\alpha - 11^h\,1/4)$
	496b	$+0.238$	
	496c	-0.113	
	502	$+0.027$	$-0.122 - 0.027\ (\alpha - 11^h)$
	275	$+0.221$	$+0.036$
	453	-0.125	$-0.038 - 0.149\ (\alpha - 10^h\,1/2)$
	355	$+0.141$	-0.054
	278	$+0.044$	$+0.012 - 0.062\ (\alpha - 8^h\,3/4)$
	345	-0.018	$+0.013 - 0.113\ (\alpha - 9^h\,1/2)$
	344	-0.059	[3]
	347	-0.125	$+0.006$
	277	$+0^s.054$	$-0^s.102$
	[1] 279	$+0.089$	$-0.040 - 0.052\ (\alpha - 7^h\,1/2)$
	339	-0.016	$-0.049 - 0.106\ (\alpha - 7^h\,1/2)$
	341	$+0.012$	-0.016
System III, positive Näherungen. Red. auf Pos. med. $-0^s.076$	405	$+0.039$	-0.225
	523	$+0.224$	-0.113
	348	-0.098	$-0.010 - 0.068\ (\alpha - 6^h\,1/4)$
	334	-0.051	$-0.048 - 0.053\ (\alpha - 5^h\,3/4)$
	524	$+0.047$	-0.056
	346	-0.100	0.000
	343	-0.082	$+0.107$
	342	$+0.041$	$+0.072$
	393	-0.160	$-0.002 - 0.046\ (\alpha - 4^h\,1/4)$
	521	$+0.036$	$-0.002 - 0.157\ (\alpha - 4^h\,3/4)$
	395	-0.080	$+0.017 - 0.141\ (\alpha - 4^h\,1/2)$
	27	-0.035	$+0.005$
	391	-0.169	$+0.037 - 0.029\ (\alpha - 3)$
	396	-0.191	-0.079
	530	$+0.173$	$+0.021 - 0.238\ (\alpha - 2^h\,3/4)$
System IV, negative Näherungen. Reduction auf Pos. med. $-0^s.051$	200a	$+0.230$	-0.141
	200b	-0.125	$+0.053$
	392	-0.244	$+0.006 - 0.134\ (\alpha - 1)$
	445a	-0.009	$-0.027 - 0.118\ (\alpha - 1^h\,1/4)$
	445b	$+0.253$	
	333	-0.006	-0.142
	388	-0.199	-0.030
	331a	-0.116	$+0.055$
	331b	$+0.159$	-0.041
	488	-0.204	$+0.079 - 0.093\ (\alpha - 23^h\,1/2)$
	325	-0.188	$+0.046 - 0.105\ (\alpha - 23^h\,1/2)$
	319	-0.247	$+0.162$
	324	-0.101	-0.155
	321a	$+0.101$	-0.141
	321b	-0.314	$+0.154$
	317	-0.386	$+0.261$
	309	$+0.001$	-0.019
	323b	-1.398	-0.076
	201	$+0.146$	-0.050

1) Zone 279 ist getrennt worden, obige Correction gilt nur für den zweiten Theil, für den ersten bis $6^h\,59^m.0$ gilt $+0^s.242$.

2) Zone 304 musste bei $20^h\,3^m$ getrennt werden und erfordert vorher $+0^s.090$, nachher $-0^s.016$.

3) Zone 344 musste bei $8^h\,29^m$ getrennt werden und erhält vorher $+0^s.214$, nachher $-0^s.040$.

Systematische Zonenfehler z^I und Correctionen Δz^I derselben in Declination.

System I. Zonen, wo die letzten Näherungen stets positive Beträge ergeben. Reduction auf Pos. med.: +0″01 oder naheliegende negative Beträge			System II Zonen, wo die letzten Näherungen stets negative Beträge ergeben. Reduction auf Pos. med.: —0″96 oder naheliegende Beträge		
Nr. der Zone	z^I	Δz^I	Nr. der Zone	z^I	Δz^I
277	—0″01	—1″54	432	+3″99	—1″10
279	+1.82	+0.51 +1.37 (α —6^{h}3/4)	428	+3.89	—0.95 +0.56 (α —18^{h}1/2)
		—2.16 +0.90 (α —7^I/2)	302a	—0.60	—1.17
339	+0.40	—0.69	299	—1.12	—0.35 +0.56 (α —18^I/4)
405	—4.28	+1.04	437	—3.08	—1.00 +1.06 (α —19^I/2)
523	+0.54	+0.61	427	+4.93	—1.91 +0.51 (α —18^h)
[1])348	+1.35	+1.46 —0.44 (α —6^h)	298	+2.49	—1.46
334	+1.12	+0.77 —0.59 (α —5^3/4)	295	+1.20	—1.43 —1.28 (α —16^I/4)
524	—1.25	+0.70	296	—0.05	—1.41 +0.29 (α —16^3/4)
346	+2.59	—1.06 +0.85 (α —6^I/4)	369	+0.36	—0.60
343	—0.41	—0.60	423	+3.46	+0.32
342	—1.84	—1.43	477	—0.97	—1.49
393	+1.21	—0.22 +0.81 (α —4^I/4)	365	+0.61	—0.45
395	+0.53	+0.71	364	+1.16	+0.54 —0.79 (α —15^h)
521	+1.44	+0.34 —1.37 (α —4^3/4)	292	—2.29	—0.16 —1.99 (α —15^I/4)
396	+1.09	+0.03	474	—0.47	+0.22 —0.51 (α —15^I/2)
333a	—4.61	+0.67	294	+1.71	—1.06
333b	+2.47		290	—1.03	+0.19
530	+2.01	+0.11	460	—2.69	+1.04
27	+0.93	—0.43 +2.19 (α —2^3/4)	412	—3.69	+1.46 —0.28 (α —13)
391	+0.27	—1.39 +0.56 (α —3)	462	—3.30	+1.07
200a	+0.59	+0.13	503	+2.76	+1.17
200b	—0.13	+0.59	363	—1.68	+1.72
392	—0.27	+0.14 +0.78 (α —1)	467	—4.41	+1.35
445a	+2.13	+1.68 —0.47 (α —1^I/4)	362	—0.28	+1.60
445b	+5.58		502	—1.18	+1.85 +1.53 (α —11)
388	—0.78	+2.66	496	—1.34	+1.70
331	—1.49	+2.06	453a	+3.40	+1.27 +2.11 (α —10^I/2)
488	—4.42	0.00 +1.03 (α —23^I/2)	453b	—1.27	
325	+0.60	—0.27	353	—0.96	+1.07 —0.81 (α —11^I/4)
319	+1.69	—0.16 +0.37 (α —23)	500	—2.93	—0.21
324	+2.35	—0.76	347	—2.02	+0.32
201	+0.35	+0.58	345	—0.23	—0.09 +0.45 (α —9^I/2)
321	+2.12	+0.06	355	—0.31	—1.27
317	+6.67	—2.09	275	+3.09	—1.72
309	+3.61	+0.07	278	+0.38	—1.39 —1.73 (α —8^3/4)
323	—1.60	—0.11 —1.41 (α —21^3/4)	344	+0.66	—0.43 —0.56 (α —8^I/2)
198	—1.61	+0.62	341	+0.23	—0.24
196	—1.11	—0.24 +0.89 (α —21^I/2)			
195	+4.07	—0.45 +0.59 (α —20^I/2)			
302b	—4.26	+1.58 —0.93 (α —20)			
315	—0.64	+0.93 —0.57 (α —20^3/4)			
307a	+2.63	+0.67			
307b	—1.68	+3.18			
304	—0.96	—0.09			
301	—1.66	+0.33 —1.46 (α —20)			
303	—1.97	+0.55			

[1]) Zone 348 ist getrennt worden, obige Correction gilt nur für den grösseren Theil der Zone bis 6^{h}42^m, von da ab gilt —1″66.

Der Umstand, dass grössere Δz nur bei solchen Zonen vorkommen, die entweder in +26° Decl. oder auch wohl in +20° Decl. liegen — wie bei 432, 423, 477, 503, 405, 523, 317 —, oder aber geringe Ausdehnung in A. R. besitzen — wie 343, 200a, 363, 301, 307 —, die also nur sehr wenige Sterne zur Ableitung des z boten, ein Umstand, der sich auch für die Δz^1 in derselben Weise wiederholt, zeigt uns, dass für die Zonen, welche reicheres Material zur Bestimmung des systematischen Zonenfehlers z enthalten, dieses z schon mit hinreichender Genauigkeit aus Bessels Beobachtungen allein bekannt ist, dass also für diese Zonen die Δz eine beinahe gleichgültige, für die andern aber wohlbegründete Verbesserung enthalten und bestimmt uns daher, sämmtliche Δz anzuwenden.

§ 8. **Berücksichtigung der correctiones ultimae der Pos. med. und Versuch einer Darstellung der kleinen Differenzen Berlin-Königsberg durch eine bis zum dreifachen Winkel gehende Fourier'sche Reihe.**

Bei den bisherigen Angaben für die systematischen Zonenfehler ist noch immer nicht den Correctiones ultimae der Pos. med. Rechnung getragen. Wäre die von uns mittels der Pos. med. vorgenommene Bestimmung des an die z anzubringenden γ für alle Zonen zusammen ausgeführt, so würde die aus dieser Vernachlässigung entspringende Correction die gleiche für alle Zonen und sehr einfach an die Constanten a und a^1 der obigen Darstellung anzubringen sein. Die Trennung der γ aber nach 4 resp. 2 Systemen bewirkt, dass diese Vernachlässigung nicht mehr die gleiche für alle Systeme ist, sondern vielmehr findet sich:

für System I in A.R. Corr. ultimae $= -0^s.0359$
» » II » » » » $= -0^s.0341$ $\Big\}$ $= -0^s.0341$ $\Big\{$ $-0^s.0018$
» » III » » » » $= -0^s.0376$ $\Big\}$ $\Big\{$ $0^s.0000$
» » IV » » » » $= -0^s.0414$ $\Big\}$ $\Big\{$ $-0^s.0035$
» » I » Decl. » » $= +0''.322$ $\Big\{$ $-0^s.0073$
» » II » » » » $= +0''.431 = +0''.322 + 0''.109$

Wegen dieser nicht für alle Zonen constanten Verbesserung der z war eine erneute Darstellung der Unterschiede *Be—Ko* nöthig, obwohl von vorn herein klar war, dass nur das constante Glied dabei wesentlich anders werden würde. Gleichzeitig wurde beschlossen zu untersuchen, ob etwa bei der Darstellung der Differenzen für diese schwach bewegten Sterne sich Glieder als reell nachweisen liessen, die von höheren Vielfachen der Rectascension abhängig wären, Glieder, die man dann entweder den motus peculiares dieser Sterne, oder aber systematischen Catalogunterschieden, die sich in diese Form kleiden, zuschreiben könnte. Geht man vorläufig nur bis zum dreifachen des Winkels, so würde die nun versuchte Darstellung die Form

$$\Delta\alpha = a + b_1 \cos\alpha + c_1 \sin\alpha + b_2 \cos 2\alpha + c_2 \sin 2\alpha + b_3 \cos 3\alpha + c_3 \sin 3\alpha$$
$$\Delta\delta = a^1 + b_1^1 \cos\alpha + c_1^1 \sin\alpha + b_2^1 \cos 2\alpha + c_2^1 \sin 2\alpha + b_3^1 \cos 3\alpha + c_3^1 \sin 3\alpha$$

erhalten und nach leichten Umformungen nehmen die Normalgleichungen zur Bestimmung der Coefficienten die Gestalt an:

$$\begin{aligned}
a\,\Sigma p &+ b_1\,\Sigma p\cos\alpha &+ c_1\,\Sigma p\sin\alpha &+ b_2\,\Sigma p\cos 2\alpha \\
&+ c_2\,\Sigma p\sin 2\alpha &+ b_3\,\Sigma p\cos 3\alpha &+ c_3\,\Sigma p\sin 3\alpha &= \Sigma p\,\Delta\alpha \\
a\,\Sigma p\cos\alpha &+ b_1\,\Sigma p\cos^2\alpha &+ c_1\,\Sigma\tfrac{1}{2}p\sin 2\alpha &+ b_2\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\cos 3\alpha+\cos\alpha) \\
&+ c_2\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\sin 3\alpha+\sin\alpha) &+ b_3\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\cos 4\alpha+\cos 2\alpha) &+ c_3\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\sin 4\alpha+\sin 2\alpha) &= \Sigma p\,\Delta\alpha\cos\alpha \\
a\,\Sigma p\sin\alpha &+ b_1\,\Sigma\tfrac{1}{2}p\sin 2\alpha &+ c_1\,\Sigma p\sin^2\alpha &+ b_2\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\sin 3\alpha-\sin\alpha) \\
&+ c_2\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\cos\alpha-\cos 3\alpha) &+ b_3\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\sin 4\alpha-\sin 2\alpha) &+ c_3\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\cos 2\alpha-\cos 4\alpha) &= \Sigma p\,\Delta\alpha\sin\alpha \\
a\,\Sigma p\cos 2\alpha &+ b_1\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\cos 3\alpha+\cos\alpha) &+ c_1\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\sin 3\alpha-\sin\alpha) &+ b_2\,\Sigma p\cos^2 2\alpha \\
&+ c_2\,\Sigma\tfrac{1}{2}p\sin 4\alpha &+ b_3\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\cos 5\alpha+\cos\alpha) &+ c_3\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\sin 5\alpha+\sin\alpha) &= \Sigma p\,\Delta\alpha\cos 2\alpha \\
a\,\Sigma p\sin 2\alpha &+ b_1\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\sin 3\alpha+\sin\alpha) &+ c_1\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\cos\alpha-\cos 3\alpha) &+ b_2\,\Sigma\tfrac{1}{2}p\sin 4\alpha \\
&+ c_2\,\Sigma p\sin^2 2\alpha &+ b_3\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\sin 5\alpha-\sin\alpha) &+ c_3\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\cos\alpha-\cos 5\alpha) &= \Sigma p\,\Delta\alpha\sin 2\alpha \\
a\,\Sigma p\cos 3\alpha &+ b_1\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\cos 4\alpha+\cos 2\alpha) &+ c_1\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\sin 4\alpha-\sin 2\alpha) &+ b_2\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\cos 5\alpha+\cos\alpha) \\
&+ c_2\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\sin 5\alpha-\sin\alpha) &+ b_3\,\Sigma p\cos^2 3\alpha &+ c_3\,\Sigma\tfrac{1}{2}p\sin 6\alpha &= \Sigma p\,\Delta\alpha\cos 3\alpha \\
a\,\Sigma p\sin 3\alpha &+ b_1\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\sin 4\alpha+\sin 2\alpha) &+ c_1\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\cos 2\alpha-\cos 4\alpha) &+ b_2\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\sin 5\alpha+\sin\alpha) \\
&+ c_2\,\Sigma\tfrac{1}{2}p(\cos\alpha-\cos 5\alpha) &+ b_3\,\Sigma\tfrac{1}{2}p\sin 6\alpha &+ c_3\,\Sigma p\sin^2 3\alpha &= \Sigma p\,\Delta\alpha\sin 3\alpha
\end{aligned}$$

Setzen wir hier noch für die Quadrate der sin und cos die bekannten Ausdrücke mittelst der doppelten Winkel

$$\cos^2 n\alpha = \tfrac{1}{2}(1 + \cos 2n\alpha);\ \sin^2 n\alpha = \tfrac{1}{2}(1 - 2\cos 2n\alpha),$$

so nehmen alle Summen eine für die Rechnung äusserst bequeme Form an, da keine Producte unter denselben vorkommen; man erkennt auch leicht folgende Verallgemeinerung für die Summenausdrücke für beliebig viele Coefficienten.

Eine Summe, die in der $2\mu^{\text{ten}}$ Zeile und $2\nu^{\text{ten}}$ Colonne steht, ist $= \Sigma \tfrac{1}{2} p\,[\cos(\mu+\nu)\alpha + \cos(\mu-\nu)\alpha]$

» » » » » $(2\mu+1^{\text{ten}})$ » » $(2\nu+1^{\text{ten}})$ » » » $= \Sigma \tfrac{1}{2} p\,[\cos(\mu-\nu)\alpha - \cos(\mu+\nu)\alpha]$

» » » » » $2\mu^{\text{ten}}$ » » $(2\nu+1^{\text{ten}})$ » » » $= \Sigma \tfrac{1}{2} p\,[\sin(\mu+\nu)\alpha - \sin(\mu-\nu)\alpha]$

» » » » » $(2\mu+1^{\text{ten}})$ » » $2\nu^{\text{ten}}$ » » » $= \Sigma \tfrac{1}{2} p\,[\sin(\mu+\nu)\alpha + \sin(\mu-\nu)\alpha]$,

wo natürlich die Summe in der μ^{ten} Zeile und ν^{ten} Colonne dieselbe ist wie in der ν^{ten} Zeile und μ^{ten} Colonne, die Summenschemata aber nicht auf die erste Zeile oder erste Colonne angewendet werden dürfen, deren Ausdrücke ja auch ohnehin klar sind.

Es wurden nun aus den Mitteln der Differenzen *Be—Ko* für die einzelnen Gruppen immer solche zu einem neuen Mittel zusammengefasst, die bewirkten, dass die mittlere R. A. des neuen Mittels sehr nahe an eine volle Rectascensionsstunde heranfiel, indem dabei von jedem Mittel noch der zweite Theil der als Corr. ultima bezeichneten Grösse in Abzug gebracht wurde, während der erste allen Systemen gemeinsame Theil nachträglich an das constante Glied der Darstellung anzufügen sein würde.

Nach Auflösung der erhaltenen Normalgleichungen ergab sich folgende Darstellung der Differenzen, wobei die Coefficienten in Logarithmen gegeben sind:

$$\Delta\alpha^s = -7.1989 + 7.1195\cos\alpha + 4.2098\sin\alpha + 6.7201\cos 2\alpha + 6.4325\sin 2\alpha + 6.5703\cos 3\alpha - 6.7765\sin 3\alpha$$
$$\Delta\delta'' = -7.6004 - 8.1796\cos\alpha + 5.6454\sin\alpha + 8.0971\cos 2\alpha + 7.5924\sin 2\alpha - 8.0884\cos 3\alpha - 7.8210\sin 3\alpha$$

eine Darstellung, die transformirt werden kann zu:

$$\Delta\alpha^s = -7.1989 + 7.1195\sin(\alpha - 270°\,4') - 6.7713\sin 2(\alpha - 58°\,38') - 6.8475\sin 3(\alpha - 10°\,38')$$
$$\Delta\delta'' = -7.6004 - 8.1796\sin(\alpha - 269°\,50') - 8.1174\sin 2(\alpha - 53°\,41') + 8.1440\sin 3(\alpha - 39°\,38').$$

Auch hier wurden die $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ mit dem Argumente α tabulirt. Die Vergleichung der nunmehr für die A. R. der einzelnen Zonenstücke erhaltenen $\Delta\alpha$ mit den beobachteten ergab neue Werthe von Δz und es zeigte sich, dass die frühere Summe

$\Sigma p\,(\Delta z^2)$ von $30^s.215$ auf $28^s.688$ in A. R.
» $6404''.9$ » $3267''.2$ » Decl. heruntergebracht war.

Eine Darstellung mit mehr verfügbaren Coefficienten bedingt natürlich auch eine geringere Summe der Fehlerquadrate; daher ist in A. R. die geringe Verminderung jedenfalls kein Zeichen für die Superiorität der zweiten Darstellung. In Declination hingegen gibt die Verminderung dieser Summe auf fast die Hälfte zu denken. Das Resultat von motus peculiares der behandelten schwachen Sterne können diese vom 2 und 3fachen der R. A. abhängigen Glieder jetzt nicht mehr sein, denn da die Rectascensionen solche Glieder nicht zeigen, so wäre es im höchsten Grade sonderbar, wenn in Declination motus peculiares vorhanden wären, die dieses Gesetz befolgten. Man kann nicht annehmen, dass Sterne, die in allen Richtungen auf einem mit dem Oeffnungswinkel 135° beschriebenen Kegelmantel vom Beobachter in bedeutenden Entfernungen erblickt werden, sich nach einem Gesetz bewegen, in dessen analytischem Ausdruck nur e i n e Coordinate, eines auf die Kegelaxe bezogenen Coordinatensystems eingeht, ohne gleichzeitig anzunehmen, dass diese Bewegungen in einem ursächlichen Zusammenhang mit dem Ort der Spitze dieses Kegels, d. h. der Erde oder Sonne ständen, welch letzteres offenbar widersinnig ist. Sollten aber etwa diese Glieder der Ausdruck systematischer Catalogunterschiede sein, wofür sich allerdings wohl kaum ein Grund angeben lässt, so wären wir berechtigt, bei der Darstellung mit dem einfachen Winkel stehen zu bleiben und diejenigen Δz anzuwenden, die diese Glieder des 2- und 3fachen Winkels einschlössen, da ja die Reduction des einen Catalogs auf den andern unser Zweck ist. Nun lassen sich freilich diese Glieder viel einfacher erklären durch die schon oben erwähnte Thatsache, dass die systematischen Fehler z nur aus den Differenzen von Zonen bestimmt sind; war also an irgend einer Stelle ein z mit einem Fehler behaftet gefunden, der davon herrührte, dass sich die zufälligen Fehler der wenigen ihm zu Grunde liegenden Sterne nicht aufhoben, so musste dieser Fehler die z der benachbarten Zonen in

gleichem Sinne und in nahezu gleicher Grösse beeinflussen, ein Einfluss, der sich da jede Zone zwischen ein und zwei Stunden lang ist, auf mehrere Stunden erstrecken und also in der Darstellung der Δz wohl solche Glieder vom 2- und 3fachen Winkel erzeugen konnte. Dass dieselben in A. R. nicht reell auftreten, widerspricht dieser Erklärung nicht, denn diese Häufung der zufälligen Fehler ist nur möglich, nicht nothwendig.

Es wurde also beschlossen beim einfachen Winkel stehen zu bleiben und die verbleibenden Reste als Δz anzusehen. Aus den 24 Mitteln von $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ für die vollen Stunden ergibt sich, wenn $b_2, c_2, b_3, c_3 = 0$ gesetzt werden, die Darstellung

$$\Delta\alpha^s = -7.2005 + 7.1176 \cos\alpha + 6.2943 \sin\alpha$$
$$\Delta\delta'' = -7.7579 - 8.1396 \cos\alpha - 7.0548 \sin\alpha$$

oder

$$\Delta\alpha^s = -7.2005 + 7.1225 \sin(\alpha - 278^\circ.55)$$
$$\Delta\delta'' = -7.7579 - 8.1410 \sin(\alpha - 274.70),$$

so dass also jetzt für etwa $\frac{1}{2}(278^\circ.55 + 274^\circ.70) = 276^\circ.6$ die vereinte Wirkung von Correction der Präcessionsconstante und parallactischer Bewegung einen Vorzeichenwechsel in dem von α abhängigen Theile der Verschiebung veranlassen, was genau mit dem vorigen Werthe, bei dem der für die einzelnen Systeme veränderliche Theil von Corr. ult. noch nicht berücksichtigt war, zusammentrifft. Der constante Theil dieser Corr. ult. ist nunmehr noch mit $\frac{-0^s.0341}{54.5}$ von dem constanten Gliede der Rectascensions-; mit $\frac{+0''.322}{54.5}$ von dem der Declinationsdarstellung in Abzug zu bringen, um die wahre Form für die Differenzen *Be—Ko* zu erhalten. So wird definitiv:

$$\Delta\alpha^s = -6.9827 + 7.1176 \cos\alpha + 6.2943 \sin\alpha$$
$$\Delta\delta'' = -8.0522 - 8.1396 \cos\alpha - 7.0548 \sin\alpha$$

alles in Logarithmen; die Zahl 54.5, die im Nenner von Corr. ult. erscheint, ist die mittlere Zwischenzeit zwischen B. Z. und Bessel.

Bei den geringen Unterschieden, welche die Constanten b und c in der jetzigen Darstellung gegen die frühere zeigen, ist es erlaubt, die damals berechneten Δz anzuwenden, mit einer Correctionsgrösse, die mit Rücksicht auf die Verschiedenheit der corr. ultimae in den einzelnen Systemen folgende Beziehung zwischen Δz_2 und Δz_1 hervorbringt.

In A. R. $\Delta z_2 = \Delta z_1 - 0^s.0341 - 0^s.0051 - 0^s.0038 \sin(\alpha + 68^\circ)$
in Decl. $\Delta z_2 = \Delta z_1 + 0''.322 + 0''.051 - 0''.024 \sin(\alpha - 54^\circ)$

oder

in A. R. $\Delta z_2 = \Delta z_1 - 0^s.0392 - 0^s.0038 \sin(\alpha + 68^\circ)$
in Decl. $\Delta z_2 = \Delta z_1 + 0''.373 - 0''.024 \sin(\alpha - 54^\circ)$

An die bereits gebildeten Unterschiede *Be—Ko* sind also diese Δz_2 mit umgekehrten Vorzeichen anzubringen, um die endgültigen Differenzen *Be—Ko*, welche als Ausdruck der E. B. und des Fehlers der Präcessionsconstante angesehen werden, zu erhalten.

Zu dieser Untersuchung über die Δz sind noch folgende Bemerkungen bezüglich der Anwendung zweier systematischer Fehler für eine Zone zu machen:

In Rectascension: Die Zonen 323, 445, 467, 496, die bei der Bestimmung von z getrennt wurden, zeigen an der Trennungsstelle keinen Sprung mehr, so dass für die ganzen Zonen ein gemeinsames Δz in Anwendung kam. Dagegen musste bei den gleichfalls getrennten Zonen 200, 321, 331 die Ausgleichung als durch die verschiedenen z nicht herbeigeführt betrachtet werden und für jeden Zonentheil gesondert ein Δz bestimmt werden. Folgende Zonen wurden aufs neue getrennt

Zone 279 zwischen VI, 1875 und VI, 1880
» 344 » VIII, 755 » VIII, 798
» 304 » XX, 138 » XX, 150.

In Declination: Die getrennt gewesenen Zonen 333, 445, 453 erscheinen mit gleichem Δz, während die ebenfalls getrennten 200, 302, 307 für die einzelnen Theile noch besondere Δz erfordern. Die Zone 348 wurde zwischen VI, 1331 und 1364 getrennt. Zone 323 lässt an der Trennungsstelle in A. R. auch einen Sprung in Decl. vermuthen, der aber nicht sicher zu constatiren ist; deshalb wurde die Zone nicht getrennt.

§ 9. Verzeichniss von Irrthümern, die noch in den Zonen in +20° bis +26° enthalten sind.

Die hiermit beendigte Untersuchung über die Fehler der Bessel'schen Zonen hat jedenfalls das eine gezeigt, dass es möglich ist, die im Weisse'schen Cataloge gegebenen Positionen noch um Beträge zu verbessern, die durchaus nicht klein sind gegenüber den zufälligen Fehlern dieser Zonen, und die theils der Bessel'schen Beobachtungen selbst, theils aber der Vergleichung mit den Zonen der Astronomischen Gesellschaft entnommen werden müssen, wobei dann nothwendig die Reduction F. C.—B. mit eingeht. Nebenbei aber bedürfen einzelne Positionen noch der Anbringung von Verbesserungen, die in Ablesungs- oder Abschreibefehlern oder dem Verzählen des Beobachters um ein oder mehrere Secunden ihren Grund haben. Die gröberen Versehen dieser Art, die sich bei der Vergleichung des Weisse'schen Catalogs mit B. Z. sämmtlich offenbaren mussten, sind in Band 130 No. 5 der A. N. mitgetheilt.

B. § 10. Die Methoden zur Bestimmung des Apex.

Nach Anbringung aller vorstehend erwähnten Correctionen erschienen die Weisse'schen Positionen vorbereitet, um durch Subtraction von B. Z. Eigenbewegungen zu ergeben, die nunmehr nur noch mit zufälligen Beobachtungsfehlern behaftet waren. Bevor jedoch zur Ableitung des Apex aus diesen geschritten wird, sollen kurz die bisher angewandten Methoden der Apexbestimmung skizzirt werden. Auf graphischem Wege ermitteln den Apex Herschel, Prévost und Gauss, indem sie auf einem Globus durch die Eigenbewegung jedes Sterns den grössten Kreis legen, in welchem dieselbe vor sich zu gehen scheint. Da die parallactische Bewegung der Sterne in einem grössten Kreise, der durch den Apex und den Sternort geht, erfolgen muss, und zwar in der Richtung nach dem Antiapex, so müssen die auf dem Globus gezogenen Kreise sich in zwei diametral gegenüberstehenden Punkten der Sphäre schneiden, dem Apex und Antiapex, zwischen denen dann durch die Richtung der Eigenbewegungen die Entscheidung getroffen wird, welcher von beiden der Apex ist. Bessel zeigt (Fund. astron. p. 309), dass man auf diesem Wege zu mehreren Oertern des Apex gelangen kann, je nachdem man Sterne zusammenfasst; es liegt ja auch auf der Hand, dass nur, wenn sich bei jedem der angewandten Sterne gar kein oder nur ein sehr geringer motus peculiaris zeigt, die grössten Kreise alle nahezu denselben Schnittpunkt haben können.

Bessel gibt die Methode an, die ihn allerdings zu keinem numerischen Resultat geführt hat, die Pole der grössten Kreise der Eigenbewegungen zu berechnen, die, wenn die E. B. rein parallactisch sind, auf einem grössten Kreise liegen müssen, dessen Pol der Apex ist. Dieser Gedanke ist neuerdings von Kobold (A. N. Bd. 125 p. 65) wieder aufgenommen worden, welcher zeigt, dass die Pole der Eigenbewegungen derart am Himmel vertheilt sind, dass ein grösster Kreis, der sie in zwei numerisch gleiche Hälften theilt eine viel südlichere Declination des Apex verlangt, als bisher angenommen wurde. Diese Verschiebung erklärt sich daraus, dass in den früheren Untersuchungen die am Himmel zahlreich vorkommenden Partialsysteme von Sternen gleicher E. B. getrennt mitgenommen wurden, während sie nur als ein Glied bei der Bestimmung des Apex mitsprechen dürfen.

Der erste, welcher das Problem analytisch behandelte, war Argelander. Ausgehend von einem angenommenen Werthe der A. R. und Decl. des Apex bestimmt er zunächst den Positionswinkel der hieraus folgenden parallactischen Bewegung des Sterns, bildet den Unterschied zwischen diesem und dem Positionswinkel der beobachteten wahren Eigenbewegung und sucht nun jene Veränderungen von A. R. und Decl. des Apex, die die Summe der Quadrate dieser Unterschiede zu einem Minimum machen. Auf dem gleichen Wege haben Resultate erhalten Lundahl, O. Struve, der dabei die Correction der Präcessionsconstante mit als Unbekannte einführt, Galloway, Mädler, und neuerdings de Ball.

Der Argelander'schen Methode ist von Airy der Vorwurf gemacht worden, dass sie eine Annahme über die Coordinaten des Apex zu Grunde lege, die bei der Kenntniss oder vielmehr Unkenntniss, in der wir über den genauen Ort desselben heute noch sind, innerhalb 20° vielleicht falsch sein könnte, und dass es fraglich sei, ob man von einem derartig fehlerhaften Werthe ausgehend überhaupt zu Verbesserungen gelangen werde, ferner, dass Eigenbewegungen vorhanden sein könnten, für die der Unterschied zwischen berechnetem und beobachtetem Positionswinkel nahe an +180° oder —180° läge, und dass dann dieser Unterschied für geringe Verschiebungen des Apex vollkommen sein Zeichen wechseln würde. Abgesehen davon ist aber jedenfalls die Argelander'sche Verfahrungsweise wegen der wiederholten Näherungen umständlich und muss verlassen werden, nachdem Airy eine so einfache an ihre Stelle gesetzt hat, eine Methode, welche die nach den Coordinatenaxen

des äquatorealen Coordinatensystems gerichteten jährlichen Geschwindigkeiten der Sonnenbewegung in die $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ eingeführt, und aus ihnen mittels der Formeln

$$X = \frac{c}{\varrho} \cos\sigma \cos\tau$$

$$Y = \frac{c}{\varrho} \sin\sigma \cos\tau$$

$$Z = \frac{c}{\varrho} \sin\tau$$

nicht nur die Coordinaten σ und τ des Apex, sondern auch die translatorische Geschwindigkeit des Sonnensystems c, senkrecht gesehen aus der Entfernung ϱ, abzuleiten erlaubt. Der Airy'schen Formeln bedienen sich er selbst, Dunkin und Bischof, der übrigens auch nach der Argelander'schen Methode einen Werth des Apex berechnet, ferner Rancken im ersten Theile seiner A. N. Nr. 2482 abgedruckten Arbeit.

Alle die angeführten Methoden und Bearbeitungen setzen voraus, dass die motus peculiares der behandelten Sterne sich im Mittel aufheben, und somit nur die Sonnenbewegung in die Gleichungen als Unbekannte eingeführt werden dürfe. Neuerdings sind jedoch in zwei verschiedenen Richtungen Bedenken hiergegen erhoben und andere Formeln zur Rechnung in Vorschlag gebracht worden.

Es hat Schönfeld die schon von Herschel ausgesprochene Vermuthung einer gemeinsamen Rotation der Sterne in Ebenen parallel der Hauptebene der Milchstrasse zu der seinigen gemacht und die Formeln entwickelt, welche der analytische Ausdruck einer solchen Bewegung sind, die den betreffenden Stern in gleichem Abstande vom Centrum, in gleichem Abstande von der Hauptebene erhält und die galactocentrischen Längen aller Sterne um den gleichen Betrag jährlich ändert. Eine solche einem starren Systeme eigenthümliche Bewegungsart, die, wenn sie nachgewiesen werden könnte, auf die Entstehung unseres Sternhaufens aus einer Nebelmasse, der diese Rotation zugekommen wäre, schliessen lassen würde, ist nun für die frei beweglichen einzelnen Sonnen des Haufens sehr wenig wahrscheinlich. Plausibler ist dann schon die von L. Struve ausgesprochene Hypothese, dass die Sterne um das Centrum der Milchstrasse herum in Bahnen sich bewegen, die eine verhältnissmässig geringe Neigung gegen die Hauptebene besitzen, indem ja die Gesammtwirkung aller Sterne des Haufens auf einen ausserhalb der Hauptebene stehenden Stern sich darin äussern muss, ihn nach dieser Ebene hinabzuziehen und so die ursprünglich der Hauptebene parallele Bewegung in eine gegen dieselbe geneigte verwandeln wird. Aber auch für diese Hypothese reichen die Schönfeld'schen Formeln, auf die wir später zurückkommen, aus, denn da gleich viel positive und negative Neigungen der Sternbahnen gegen die Hauptebene stattfinden müssen, die einzelnen Neigungen aber unbekannt sind und, wenn nur die Sterne zahlreich genug und nicht einseitig gegen die Milchstrasse vertheilt sind, wie zufällige Abweichungen von der parallelen Bewegung wirken, so wird auch hier im Mittel aus einer grossen Anzahl von Sternen eine Bewegung der Fixsterne in zur Milchstrasse parallelen Bahnen resultiren. Selbst wenn auch von einer galactocentrischen Rotation, gleichviel ob parallelen oder geneigten, keine Rede wäre, so dürfte doch die Einführung des Schönfeld'schen h in die Formeln von Vortheil sein; denn da die meisten Kraftcomponenten im Sternhaufen der Hauptebene parallel oder doch wenig gegen dieselbe geneigt sind, so ist es unwahrscheinlich, dass sich die motus peculiares aus einer Anzahl Sterne aufheben, vielmehr werden im Mittel noch wahrscheinlich Bewegungsrichtungen dieser Art parallel zur Hauptebene übrig bleiben, die, da wir sie vorläufig keinem zutreffenden analytischen Ausdruck unterwerfen können, besser in Schönfeld's Formeln Gestalt gewinnen als überhaupt ganz unberücksichtigt bleiben. Das Schönfeld'sche Formelsystem haben angewandt Bolte, freilich ohne den Apex ermitteln zu können, da ihm nur Declinationen von Aequatorsternen zur Verfügung standen, L. Struve und Stumpe; Rancken hat ohne Kenntniss der Schönfeld'schen Hypothese selbständig nach etwas andern Formeln die Constante der galactocentrischen Rotation zu bestimmen versucht.

Zwei andere Bearbeiter sind davon ausgegangen, dass die motus peculiares der Sterne, als eine Folge der Anziehungen aller Sterne des Milchstrassencomplexes auf den einen in Rede stehenden, eine Function des Ortes dieses Sternes sein müssen und zwar eine stetige, die naturgemäss transformirt werden kann in $f(\alpha, \delta, \varrho)$ wo α, δ die geocentrischen Aequatorcoordinaten und ϱ die geocentrische Entfernung des Sternes sind. Hecker, der die Bradley'schen Sterne zwischen den Parallelen $+65°$ und $-30°$ untersucht, stellt nun diese Function nach Kugelfunctionen dar als $f(\alpha, \delta)$ oder vielmehr als $f(\vartheta, \varphi)$, wo ϑ die Poldistanz, φ aber $= \alpha - 15°$ ist, indem er die Berechtigung, ϱ constant zu setzen, dadurch zu gewinnen versucht, dass er die Sterne in 2 Klassen der Helligkeit nach theilt, innerhalb deren ϱ offenbar weniger schwanken wird als für die Gesammtheit der Sterne. Gyldén benutzt verschiedene Gruppen bereits früher bearbeiteter E. B. sämmtlich zwischen dem Aequator und $+30°$ Decl. und darf daher auch δ constant setzen, sodass die Dar-

stellung die Form einer einfachen trigonometrischen Reihe gewinnt; er glaubt für alle Sterne im Mittel das gleiche ϱ annehmen zu dürfen. Gyldén[1]) findet selbst den vollgültigen Beweis für die Realität der von ihm gefundenen Reihen nicht erbracht, weil sich sonst von einem bestimmten Gliede ab ein Abnehmen der Coefficienten zeigen müsste; es zeichnet sich aber nur der Coefficient vom cos des einfachen Winkels vor den übrigen an Grösse aus. Sonst zeigten oft die Functionen der grösseren Vielfachen des Winkels Coefficienten, die den vorangehenden überlegen sind.

In der Darstellung Heckers[2]) nehmen die Coefficienten von cos 2 φ in der ersten Abtheilung der Rectascensionsdifferenzen Werthe an, die alle folgenden numerisch übertreffen und deshalb wohl reell zu sein scheinen. Für die E. B. in Decl. hat Hecker keine Darstellung veröffentlicht, wie sie p. 25 seiner Arbeit für die E. B. in A. R. gegeben ist. Hingegen zeigen die Darstellungen in Abt. II, welche die Sterne schwächer als $6^{m}0$ enthält, für keines der auf sin φ folgenden Glieder mit Bestimmtheit Realität an. Vielleicht darf man hieraus schliessen, dass zwar für die uns näheren Sterne motus peculiares vorhanden sind, die einem gemeinsamen Gesetze folgen, das sich in der Form einer nach den Vielfachen des einen oder beider Coordinatenwinkel fortschreitenden Reihe ausdrücken lässt, weil diese Sterne in Beziehung zur gesammten Fixsternwelt auf einem verhältnissmässig kleinen Raume zusammenstehen und somit alle im Mittel nahe dasselbe R besitzen, wo R die Entfernung von einem Punkte des Sternhaufens bedeutet, auf den die Gesammtheit der E. B. bezogen gedacht wird. Die von uns entfernteren Sterne besitzen auch sehr verschiedene R und es darf daher nicht Wunder nehmen, wenn in ihren motus peculiares kein gemeinsames Gesetz zu Tage tritt. Eine Angabe Heckers, wie weit die Summe der Fehlerquadrate bei seiner Darstellung gegenüber der des einfachen Winkels herabgedrückt erscheint, wäre ein sehr schätzbares Kriterium für die Realität der höheren Glieder gewesen.

So dankenswerth nun auch die Versuche sind, die E. B. in solchen Reihen darzustellen, so bringen uns dieselben, abgesehen davon, dass ihre Glieder auch der Ausdruck systematischer Catalogunterschiede sein können, fürs erste um keinen Schritt weiter in der Kenntniss des wahren Apex. Denn da nunmehr auch in die Glieder vom einfachen des Winkels, die sonst nur Sonnenbewegung und Fehler der Präcessionsconstante enthalten, die motus peculiares eingehen, und wohl auch in das constante Glied, so ist es unmöglich, beide Theile in den Coefficienten von cos α und sin α zu trennen, auch den constanten Gliedern darf nicht dieselbe Bedeutung wie sonst untergelegt werden. Dies spricht auch Hecker selbst aus, indem er den von ihm abgeleiteten Apex nicht als den wahren Zielpunkt der Sonnenbewegung bezeichnet. Die von ihm angegebene R. A. ist vielmehr diejenige, in welcher die E. B. in R. A. ihr Zeichen wechseln und wachsende R. A. positive E. B. haben, während die Declination dieses Punktes aus dem Schnittpunkte des Hauptkreises, in welchem die E. B. in Declination ihr Zeichen wechseln, mit dem Stundenkreise des Apex sich ergibt.

In folgendem Punkte aber kann man wohl Hecker nicht ohne weiteres zustimmen, nämlich in der in § 2 seiner Arbeit ausgesprochenen Behauptung, wir seien nicht im Stande, von den beiden Punkten Apex und Antiapex zu entscheiden, welcher der Apex, welcher der Antiapex sei. Hecker führt dafür an, dass, wenn die Sonne ein langsambewegter unter den übrigen Sternen sei, die Richtung, in der sie in Folge der Sternbewegungen fortzuschreiten scheine, gerade die entgegengesetzte von der wirklichen sein könne. Es ist hierauf zu entgegnen, dass wir die Richtung und Geschwindigkeit der Bewegung des Sonnensystems nicht betrachten, bezogen auf einen festen Punkt ausserhalb des Sternhaufens, dem wir den Namen Milchstrasse gegeben haben, sondern bezogen auf einen als ruhend gedachten Punkt innerhalb dieses Sternhaufens, der also in Bezug auf jenen festen Punkt ausserhalb eine Bewegung hat, die der mittleren aller Sterne im Sternhaufen bezogen auf jenen Punkt gleich ist, und dass unter Bewegung eines Sternes im Sternhaufen verstanden wird dessen absolute Bewegung vermindert um diese mittlere absolute Bewegung aller Sterne. Von diesem Sternhaufen betrachten wir nun freilich nur einen Theil, herausgeschnitten aus dem Ganzen durch eine Kugel, die mit einem Radius gleich der mittleren Entfernung der lichtschwächsten Sterne um die Sonne beschrieben ist, resp., wo es sich um Apexbestimmungen handelt, nur den Complex der E. B. zeigenden Sterne. Wir müssen also den ruhenden Punkt innerhalb dieses Complexes annehmen, was zwar auf dasselbe hinauskommen wird, als ob wir ihn im Sternhaufen überhaupt annehmen, da doch unmöglich ein merklicher Theil eines Sternhaufens eine andere fortschreitende Bewegung haben kann als der ganze Sternhaufen, weil er sich sonst von ihm trennen müsste. Da nun die wahren rechtwinkligen Eigenbewegungen x, y, z eines Sternes bezogen auf die Sonne

$$x = -c \cos\tau \cos\sigma + X$$
$$y = -c \cos\tau \sin\sigma + Y$$
$$z = -c \sin\tau \quad + Z$$

[1]) Referat, Vierteljahrsschrift Band 9, p. 178.

[2]) Ueber die Darstellung der Eigenbewegungen der Fixsterne und die Bewegung des Sonnensystems. München 1891.

sind, wo X, Z, Z die motus peculiares des Sternes bezeichnen, so ist nach obigen Erörterungen für alle Sterne des Haufens oder der Kugel:

$$\Sigma X = 0,\ \Sigma Y = 0,\ \Sigma Z = 0.$$

Da jeder Bearbeiter nur eine kleine Zahl n der Sterne des Haufens seiner Arbeit zu Grunde gelegt hat, so ist für diese Sterne $\frac{\Sigma X}{n}$, $\frac{\Sigma Y}{n}$, $\frac{\Sigma Z}{n}$ nicht = Null, oder wenigstens nicht nothwendig und die Ableitung der Grössen $c\ \sigma, \tau$, aus den ermittelten $\frac{\Sigma x}{n}$, $\frac{\Sigma y}{n}$, $\frac{\Sigma z}{n}$ wird fehlerhaft werden, weil eben in

$$\begin{aligned} -c\cos\tau\cos\sigma + \frac{\Sigma X}{n} &= \frac{\Sigma x}{n} \\ -c\cos\tau\sin\sigma + \frac{\Sigma Y}{n} &= \frac{\Sigma y}{n} \\ -c\sin\tau + \frac{\Sigma Z}{n} &= \frac{\Sigma z}{n} \end{aligned}$$

auf der linken Seite noch von Null verschiedene Grössen neben den Sonnengeschwindigkeiten stehen. Die Wahrscheinlichkeit aber, dass die Sterne so ausgewählt sind, dass sowohl $\frac{\Sigma X}{n} > c\cos\tau\cos\sigma$, als auch $\frac{\Sigma Y}{n} > c\cos\tau\sin\sigma$, als endlich $\frac{\Sigma Z}{n} > c\sin\tau$, d. h. dass im Mittel jeder Stern sich nach derselben Richtung wie die Sonne, aber mit grösserer Geschwindigkeit wie diese bewege, dürfte so gering sein, dass sie gar nicht in Betracht kommt, weil die Sterne ausgewählt sind aus solchen, für die $\Sigma X = 0$, $\Sigma Y = 0$, $\Sigma Z = 0$ ist. Es ist zwar möglich, dass eine obiger Ungleichheiten allein stattfindet, wenn nämlich das Coordinatensystem zufällig so gewählt ist, dass die Richtung der Sonnenbewegung mit einer der Coordinatenebenen zusammenfällt, oder auch zwei, wenn diese Richtung mit einer Coordinatenaxe coincidirt, niemals aber werden alle 3 gleichzeitig erfüllt sein. Es lehren übrigens diese Gleichungen, dass man umsomehr auf irrige Werthe der Sonnenbewegung kommt, je mehr die $\frac{\Sigma X}{n}$, $\frac{\Sigma Y}{n}$, $\frac{\Sigma Z}{n}$ den Componenten der Sonnenbewegung gleichkommen, dass also, wenn thatsächlich die motus peculiares der Sterne und also auch der unserer Sonne eine Function ihres Ortes im Raum sind — woran eigentlich kaum zu zweifeln ist — man den Apex richtiger aus entfernten, wie aus nahen Sternen bestimmt, weil dann die einzelnen X, Y, Z mehr von den Componenten der Sonnenbewegung verschieden sind und ihre Summe sich jedenfalls eher aufhebt, als eine Summe, deren einzelne Summanden voraussichtlich grossentheils gleiches Vorzeichen haben, da die Sterne nahe zusammenstehen.

Wollte jeder Bearbeiter sagen, er bestimme die Grösse und Richtung der Sonnenbewegung nur in dem Complex von Sternen, die er seiner Untersuchung zu Grunde legt, so würde für diesen auch $\frac{\Sigma X}{n}$, $\frac{\Sigma Y}{n}$, $\frac{\Sigma Z}{n}$ verschwinden und die gefundenen Apexcoordinaten absolut richtig, aber nicht mit den Resultaten anderer Bearbeiter vergleichbar sein.

Auf ganz anderem Wege, nämlich mittels der spectrometrisch bestimmten Bewegungen im Visionsradius hat Homann[1]) das Problem zu lösen versucht, ebenfalls durch Näherungen. Er setzt die Geschwindigkeit der Sonne nach dem Apex zu $= V$, dessen Coordinaten A und D, die eines Sternes α_n, δ_n; ist dann v_n die Bewegung des Sternes im Visionsradius des letzteren, so ist

$$a_n - v_n = V \cdot \{ \sin D \sin\delta_n + \cos D \cos\delta_n \cos(\alpha_n - A) \},$$

wenn a_n die beobachtete Veränderung der Entfernung Sonne—Stern bezeichnet, wie sie das Spectroskop direct in linearem Maasse gibt. Ebenso wie bei der Behandlung der Winkelbewegungen der Sterne wird nun vorausgesetzt, dass v_n sich im Mittel aufhebt und somit sind V, A, D die zu bestimmenden Unbekannten des Problems. Homann nimmt A und D nach den älteren Bestimmungen an, verschafft sich auch einen genäherten Werth von V, welche Werthe er mit A_o, D_o, V_o bezeichnet und erhält dann für die Verbesserungen ΔA, ΔD, ΔV die complicirte Formel

$$\begin{aligned} a_n = {} & V_o \{ \sin D_o \sin\delta_n + \cos D_o \cos\delta_n \cos(\alpha_n - A) \} \\ & + \Delta V \{ \sin D_o \sin\delta_n + \cos D_o \cos\delta_n \cos(\alpha_n - A) \} \\ & + \Delta A\, V_o \cos D_o \cos\delta_n \sin(\alpha_n - A_o) \sin 1^\circ \\ & + \Delta D\, V_o \{ \cos D_o \sin\delta_n - \sin D_o \cos\delta_n \cos(\alpha_n - A_o) \} \sin 1^\circ \end{aligned}$$

nach welcher er von dem Werthe $A = 260^\circ$, $D = +25^\circ$, $V = -17$ engl. Meilen ausgehend, findet in erster Näherung $278^\circ.2$ $+37^\circ.0$ -19.4 » » »

» zweiter » $307^\circ.2$ $+30^\circ.0$ -13.0 » » »

» dritter » $320^\circ.1$ $+41^\circ.2$ -24.5 » » »

[1]) H. Homann, Beiträge zur Untersuchung der Sternbewegungen und der Lichtbewegung durch Spectralmessungen (Inauguraldissertation). Berlin 1885.

Weiter hat Homann die Näherungen nicht fortgesetzt, sondern ist bei diesen unbefriedigenden Werthen stehen geblieben. Auf einfacherem Wege hätte er vorgehen können, wenn er die rectangulären Geschwindigkeiten der Sonne

$$x = -V \cos D \cos A$$
$$y = -V \cos D \sin A$$
$$z = -V \sin D$$

eingeführt hätte, wodurch die Bedingungsgleichung

$$-(a_n - v_n) = x \cos \delta_n \cos \alpha_n + y \cos \delta_n \sin \alpha_n + z \sin \delta_n$$

geworden wäre, die unmittelbar die strengen Werthe von V, A, D ergibt und dabei einen viel einfacheren Rechnungsmechanismus verlangt. Doch dürfte die grosse Ungenauigkeit, die den ocularen spectroskopischen Messungen anhaftet, eine Anwendung dieser Methode auf die 49 Sterne resp. Sterngruppen Homanns verbieten und wohl besser damit so lange gewartet werden, bis die Potsdamer photographischen Aufnahmen der Sternspectren ein reicheres und genaueres Material ergeben haben.

C. Untersuchungen über die Constitution des Fixsternsystems.

§ 11. Die Hypothese Schönfeld's über den Schwerpunkt der Milchstrasse und ein Versuch aus Seeliger's Schwerpunkten der Grössenclassen der B. D. auf seine Lage zu schliessen.

Schönfeld entwickelt auf p. 256 des 17. Bandes der Vierteljahrsschrift die Beiträge, welche von der hypothetischen galactrocentrischen Rotation der Fixsterne zu den $d\alpha$ und $d\delta$ geliefert werden, als

$$d\alpha = \cos i \, \mathrm{dl} + \cos \Omega \sin i \, \mathrm{dl} \sin \alpha \operatorname{tg} \delta - \sin \Omega \sin i \, \mathrm{dl} \cos \alpha \operatorname{tg} \delta$$
$$+ \frac{R}{\varrho} \mathrm{dl} \sec \delta \{ \sin \alpha (\cos i \cos D \sin A + \cos \Omega \sin i \sin D) + \cos \alpha (\cos i \cos D \cos A - \sin \Omega \sin i \sin D) \}$$
$$d\delta = \cos \Omega \sin i \, \mathrm{dl} \cos \alpha + \sin \Omega \sin i \, \mathrm{dl} \sin \alpha + \frac{R}{\varrho} \mathrm{dl} \sin i \cos D \cos (A - \Omega) \cos \delta$$
$$+ \frac{R}{\varrho} \mathrm{dl} \sin \delta \{ (\cos i \cos D \sin A + \cos \Omega \sin i \sin D) \cos \alpha - (\cos i \cos D \cos A - \sin \Omega \sin i \sin D) \sin \alpha \},$$

worin R die Entfernung, A die A. R., D die Decl. des hypothetischen Punktes ist, um den das Fixsternsystem rotirt, Ω und i Knoten und Neigung der Rotationsebene gegen den Aequator, dl den jährlichen Betrag der Rotation bezeichnen. Es ist nun möglich dl zu bestimmen, wenn über Ω und i die Annahmen gemacht werden, dass die Rotationsebene mit der Ebene der sichtbaren Milchstrasse nahezu zusammenfällt. Eine gesonderte Bestimmung von Ω und i ist nicht möglich, denn aus den Gleichungen für $d\alpha$ und $d\delta$ lassen sich nur bestimmen, die zusammengesetzten Functionen:

$$\cos \omega \, d\psi + \cos i \, \mathrm{dl}$$
$$\sin \omega \, d\psi + \cos \Omega \sin i \, \mathrm{dl}$$
$$\sin \Omega \sin i \, \mathrm{dl},$$

wo $d\psi$ die Correction der Präcessionsconstante, ω die Schiefe der Ekliptik bezeichnet, sodass 4 Unbekannte in diese 3 Gleichungen eingehen. Ein Versuch einer Bestimmung von i und Ω ist aber auch eigentlich überflüssig, da es keinen Sinn haben kann, eine andere Ebene als die Milchstrasse zur Rotationsebene anzunehmen. Die Ausdrücke, welche hier mit $\frac{R}{\varrho}$ multiplicirt erscheinen, verbinden sich in den durch $d\alpha$ und $d\delta$ erhaltenen Gleichungen mit den Componenten der Sonnenbewegung und gestatten also nicht diese rein zu erhalten, da in diesen Ausdrücken die Grössen R, A und D unbekannt sind. Dieselben bezeichnen, wie schon oben erwähnt, die Coordinaten des Centrums der Rotation.

Es ist nun höchst wahrscheinlich, dass dies Centrum, welches in der Milchstrasse gesucht werden muss, mit dem Punkte grösster Dichtigkeit in der Milchstrasse zusammenfällt, d. h. jenem Punkte, an welchem in einem bestimmten Raumvolumen mehr Sterne stehen, als an irgend einem andern Punkte des Sternhaufens in dem gleichen Raumvolumen, wenn dabei von singulären Stellen abgesehen wird. Ist aber überhaupt die Sterndichtigkeit in unserm Sternhaufen eine im Grossen und Ganzen stetige Function des Ortes und zeigt sich, dass ein Punkt grösster Sterndichtigkeit existirt, dann hat dieser Punkt auch eine gewisse Berechtigung, für den Schwerpunkt der Milchstrasse zu gelten. Die stillschweigende Voraussetzung ist dabei, dass die Masse eines Sterns keine Function seines Ortes im Haufen sei, dass also ohne Bedenken die Masse aller Sterne im Mittel gleich gesetzt werden dürfe, eine Voraussetzung, der freilich mit demselben Rechte die Hypothese entgegengehalten werden darf, dass bei der Bildung der einzelnen Sterne aus dem ursprünglichen Sternnebel entweder

an gewissen Punkten die Materie dichter als an andern gewesen oder aber auch mehr Neigung zur Bildung grösserer Einzelkörper, an anderen mehr zur Bildung kleinerer Einzelwelten gezeigt habe. Denn dann würden diese grösseren Massen auch heller leuchten als die kleineren und dieser Umstand würde unsere Untersuchung systematisch verfälschen, indem dieselben dann uns näher scheinen würden als sie sind, da ja die Helligkeit hier als einziges Criterium der Entfernung eingeführt werden kann.

Eine solche Untersuchung über den Schwerpunkt der Milchstrasse scheint, nachdem Seeliger in den Sitzungsberichten der Königl. Bair. Acad. der Wiss., 1884 Heft 4 und 1886 Heft 2 die Abzählungen der Sterne in der B. D. und S. D. gegeben hat, wohl möglich, wenn man nur die Voraussetzung macht, dass die Sterne einer gewissen Grössenklasse grösstentheils zwischen zwei Kugeln eingeschlossen sind, deren Mittelpunkt die Sonne und deren Radien eine Function der oberen und unteren Helligkeitsgrenze der Grössenclasse sind.

Es würde übrigens nicht möglich sein, aus den nach Seeliger's Methode (p. 546 ff. der Sitzungsber. der Königl. Bair. Acad. der Wissensch. 1884) ermittelten Schwerpunkten der einzelnen Grössenklassen der B. D. auf den Hauptschwerpunkt der Milchstrasse zu schliessen, wenn erst einmal das Zahlenmaterial für den ganzen Himmel vorhanden wäre, aber als ein Ganzes der Bearbeitung zu Grunde gelegt würde, was man vielleicht vermuthen könnte. Denn in diesem Falle erhielte man die Schwerpunkte der mit dem Radius der Sterne $6^{m}.8$, $7^{m}.3$, $7^{m}.8$, $8^{m}.3$, $8^{m}.8$, $9^{m}.3$ aus dem Sternhaufen herausgeschnittenen Kugeloberflächen. Diese Schwerpunkte müssten, wenn innerhalb der Kugeln die Sterne überall gleich dicht ständen, in die Sonne fallen; da aber diese Kugeln von einer nur wenig excentrischen Ebene grösster Dichtigkeit geschnitten werden, von der aus die Dichtigkeiten nach beiden Seiten abnehmen, so würde ihr Schwerpunkt zwischen dieser Ebene und dem ihr parallelen Aequator zu liegen kommen, die Richtung, in welcher der Schwerpunkt liegt, aber würde von dem Orte der grössten Dichtigkeit in dem aus der Milchstrassenebene von unserer Kugel herausgeschnittenen Kreise abhängen, d. h. der Punkt grösster Dichtigkeit in der Kugel überhaupt würde den Schwerpunkt der Kugeloberfläche aus dem vom Mittelpunkte auf die Hauptebene gefällten Perpendikel herausziehen und zu sich hin verschieben. Die nach Seeligers Methode ermittelten Schwerpunkte würden also wohl die Richtung nach der Stelle grösster Dichtigkeit in der Milchstrasse andeuten — sie würden in einer durch diese und die Sonne zur Milchstrasse senkrecht gelegten Ebene liegen —, aber nichts über die Entfernung derselben schliessen lassen. Hat dieser Hauptschwerpunkt die Entfernung eines Sternes m^{ter} Grösse, so werden alle Kugeln, auf denen die Sterne, die heller als m^{ter} sind, stehen, den Schwerpunkt überhaupt nicht enthalten, sondern für diese Kugeln wird der Punkt der Oberfläche, der dem Hauptschwerpunkt am nächsten kommt, die grösste Dichtigkeit zeigen.

Je mehr man sich nun der Kugel nähert, welche die Sterne m^{ter} Grösse selbst trägt, desto mehr wird der dem Hauptschwerpunkt nächstliegende Punkt der Oberfläche an Dichtigkeit die ihm benachbarten Oberflächenpunkte überwiegen, und um so mehr Einfluss wird er auf die Richtung der Visierlinie nach dem Schwerpunkte der betrachteten Kugel gewinnen. Kommt man aber über diese Kugel hinaus zu entfernteren Sternen, so wird wiederum das Uebergewicht des dichtesten Punktes der Oberfläche über die benachbarten abnehmen. Der Verlauf der Neigungen der Visierlinien nach den Schwerpunkten der einzelnen Kugeln gegen die Hauptebene müsste also ein solcher sein, dass diese Neigungen continuirlich zunehmen bis zur Richtung nach dem Schwerpunkt der Kugeloberfläche, die den Hauptschwerpunkt selbst auf sich hat, und dann wieder abnehmen bis zur endlichen Parallelität mit der Hauptebene für weit genug entfernte Kugeloberflächen. Man hätte somit ein Mittel aus den Abweichungen dieser Richtungslinien auf die Entfernung des Milchstrassencentrums zu schliessen, wenn nicht, da die Milchstrasse so unendlich wenig excentrisch ist, diese Abweichungen sämmtlich so klein wären, dass sich Aenderungen in ihnen wohl kaum verbürgen lassen.

Liegen aber wie für die nördliche B. D. nur die einen Hälften solcher Kugeln vor, so würde deren Schwerpunkt bei völlig homogener Massenvertheilung in der Entfernung $^{1}/_{2}$ vom Centrum der Halbkugel auf deren Axe liegen. Nimmt dagegen die Dichtigkeit auf der Oberfläche von einem Punkte nach allen Richtungen stetig ab, wo der betreffende Punkt grösster Dichtigkeit also in dem von der Hauptebene herausgeschnittenen Halbkreise (denn die Abweichung dieses Kreisbogens vom Halbkreise ist minimal) und zwar im Minimum des Abstandes der Oberfläche vom allgemeinen Schwerpunkt zu suchen ist, so wird der Schwerpunkt der Halbkugel aus der Axe in der Richtung nach diesem Punkte hin verschoben und dabei gleichzeitig, wenn die Richtung nach dem allgemeinen Schwerpunkt nicht nahezu nach dem Aequator zielt, was bei der grossen Neigung der Milchstrasse gegen letzteren sehr unwahrscheinlich ist, sein Abstand vom Centrum der Kugel vermehrt, also grösser als $^{1}/_{2}$, und dies alles umsomehr, je mehr der ebengedachte Punkt die andern an Masse überwiegt, d. h. je mehr die Kugeln sich jener nähern, welche die Sterne m^{ter} Grösse und somit den allgemeinen

Schwerpunkt selbst enthält, mit andern Worten, die Richtung nach dem Schwerpunkt jeder Kugel wird immer mehr von dem grössten Kreise, der den äquatorealen Pol mit dem ihm nächsten Punkt der Milchstrasse verbindet und in dem er bei gleicher Dichtigkeit in der Milchstrasse stehen würde, abweichen in der Richtung nach dem durch den Hauptschwerpunkt gelegten Stundenkreise. Die Declination dieser Richtung aber wird um so kleiner, je grösser der Kugelradius überhaupt ist, denn die grösseren Kugeln erreichen immer sternärmere Gegenden in der Richtung nach dem Pole der Milchstrasse, so dass diese immer mehr überwiegt und den Schwerpunkt zu sich herabzieht. Nun ist nach Seeliger für die Classe:

	A_s	D_s	$\frac{R_s}{r_s}$	
$6^m.6—7^m.0$	$22^h\,32^m$	$79°\,32'$	0.581	
7.1—7.5	22 32	81 33	0.570	—11
7.6—8.0	23 10	79 40	0.558	—12
8.1—8.5	23 7	79 16	0.534	—24
8.6—9.0	23 19	78 20	0.514	—20
9.1—9.5	23 14	77 15	0.509	— 5

worin A_s die A. R., D_s die Decl., $\frac{R_s}{r_s}$ die Entfernung des Schwerpunkts in Kugelradien bedeutet. Es findet sich hier zunächst das oben ausgesprochene Gesetz, dass der Schwerpunkt mit fortschreitender Grössenklasse sich der Milchstrasse nähert, in den D_s bestätigt. Die Milchstrasse kommt, wenn wir ihren Pol mit Houzeau und Seeliger zu $12^h49^m + 27°30'$ annehmen, mit ihrer Mitte dem Pole in $0^h49^m + 62°30'$ am nächsten. Die Unterschiede der Declinationen der Schwerpunkte gegen die grösste Declination der Milchstrasse vermindern sich also um $4°\,18'$ von $19°\,3'$ auf $14°45'$. Die A_s, welche man bei gleicher Dichtigkeit der Sterne auf dem von der Milchstrasse herausgeschnittenen Halbkreise sämmtlich zu 0^h49^m erwarten würde, zeigen nicht nur die erhebliche Abweichung von 1^h35^m bis zu 2^h17^m, sondern auch einen Gang, der die Anfangs grösste Abweichung allmählich der von gleicher Dichtigkeit auf dem Halbkreise erheischten Lage näherkommen lässt. Dies kann nach dem Gesagten wohl nur so erklärt werden, dass für den zwischen 18^h über 24^h nach 6^h verlaufenden nördlichen Theil der Milchstrasse die Dichtigkeit in concentrischen Halbkreisen nicht gleich, sondern dass in allen Halbkreisen ein Maximum der Dichtigkeit zwischen 18^h und 24^h liegt, und dass dieses Maximum die andern Dichtigkeiten desselben Halbkreises am meisten für die Sterne $6.6—7.0^{ter}$ und dann mit abnehmender Helligkeit abnehmend, am wenigsten für die Sterne $9.1—9.5^{ter}$ Grösse übertrifft, denn für die erstgenannten Sterne erscheint der Schwerpunkt am meisten aus der von gleicher Dichtigkeit geforderten Lage hinweggezogen, für die andern immer weniger, d. h. für den betrachteten Halbkreis besteht aller Wahrscheinlichkeit nach ein Maximum in der Entfernung der Sterne $6^m.6—7^m.0$. Bestätigt wird diese Behauptung durch den Gang der $\frac{R_s}{r_s}$, der in r_s d. h. dem Radius der Halbkugel ausgedrückten Entfernung des Schwerpunkts; dieselbe ist am grössten für die Sterne $6.6—7.0^{ter}$ Grösse und nimmt dann stetig ab. Auch dies zeigt nach den obigen Auseinandersetzungen ein Maximum der Dichtigkeit bei diesen Sternen an. Es ist aber nun sehr möglich, vielmehr sogar wahrscheinlich, dass der allgemeine Schwerpunkt des Fixsternhimmels, wenn er überhaupt in der Nordhalbkugel zu suchen ist, noch näher an der Sonne liegt als die Sterne $6^m.6$, freilich darf aus dem anfangs langsameren, dann rascheren Abnehmen der $\frac{R_s}{r_s}$ vielleicht geschlossen werden, dass er nicht viel näher liegt. Denn denkt man sich die Grössen $\frac{R_s}{r_s}$ rückwärts fortgesetzt für die helleren Sterne, so müsste das Maximum von $\frac{R_s}{r_s}$ bei der den Schwerpunkt selbst einschliessenden Helligkeitsklasse gefunden werden, und dies Maximum kann nach dem Gange der ersten Differenzen, die dort ihr Vorzeichen wechseln müssten, zu schliessen, nicht sehr weit hinter der Grössenklasse 6.6—7.0 zurückliegen.

§ 12. Ueber die Entfernung der Grössenklassen der B. D. und der von Pickering photometrisch bestimmten Sterne.

Im Folgenden soll ein anderer Weg beschrieben werden, um den allgemeinen Schwerpunkt zu ermitteln, der allerdings wegen mangelhafter Anordnung des Zahlenmaterials zu keinem definitiven Resultate hat führen können. Angenommen wurde, dass das Fixsternsystem gegen eine Ebene, die Hauptebene, derart angeordnet ist, dass die Dichtigkeit an Sternen mit der Annäherung an die Hauptebene stetig zunimmt, in derselben aber

ein Maximum erreicht und ferner, dass es gestattet ist, die Entfernung eines beliebigen Fixsterns im Durchschnitt umgekehrt proportional zu setzen der Wurzel aus der Helligkeit oder genauer, mit Rücksicht auf die Extinction des Lichtes einer etwas zusammengesetzteren Function, die diese Extinctionsconstante mit enthält. Für die Constante der Extinction wurde der Werth 0,990651 benutzt, bei dem Struve in den Etudes d'Astronomie stellaire stehen geblieben ist. Damit wurde gesetzt

$$r_m^2 = r_n^2 \, \alpha^{2\,(m-n)} \, \xi^{r_m - r_n},$$

wo ξ die Constante der Extinction, α^2 die photometrische Constante und r_m, r_n die Entfernungen der Sterne m^{ter} und n^{ter} Grösse sind. Wählt man die Sterne $1^{\text{m}}.0$ B. D. als Grundlage, ihre Entfernung als Einheit, so gilt

$$r_m^2 = \alpha^{2\,(m-1)} \, \xi^{r_m - 1}$$

Ueber die photometrische Constante der B. D. hat Lindemann eine sehr sorgfältige Untersuchung veröffentlicht. Derselbe ist geneigt, für den von ihm mit β bezeichneten Logarithmen derselben eine mit der Grössenklasse veränderliche Zahl anzuwenden. Mit Rücksicht darauf, dass hier nur die Sterne der B. D. unter $6^{\text{m}}.0$ in Betracht kommen und für diese seine β nicht absolut nothwendig mit einem solchen Gange nach der Helligkeit angenommen werden müssen, wurde für β das Mittel der auf S. 161 seiner Arbeit dafür angegebenen Werthe mit Berücksichtigung der Zahlen der Sternpaare genommen und zu 0.3708 gefunden. Ausgeschlossen waren dabei die Sterne $9^{\text{m}}.0$—$9^{\text{m}}.5$. Da Seeliger die Sterne unter $6^{\text{m}}.5$ nicht trennt, sondern die Abzählungen für alle $1^{\text{m}}.0$—$6^{\text{m}}.5$ zusammen gibt, andrerseits es aber doch erwünscht war, auch die helleren Sterne klassenweise mitreden zu lassen, so wurden die Dichtigkeitskarten dieser Helligkeitsgrössen, wie sie Schiaparelli in der 34^{ten} Publication des Observatoriums zu Mailand nach den photometrischen Messungen Pickerings am Harvard College gegeben, hinzugezogen. Letztere haben eine photometrische Constante, deren log = 0,4 ist. Ferner gibt Pickering an,

dass der Stern α Ursae min = $2^{\text{m}}.0$ der B. D. = $2^{\text{m}}.15$ nach seiner Scala,
und dass ein Stern $6^{\text{m}}.0$ » » = $5^{\text{m}}.85$ » » » ist.

Hier haben wir eine Controle zur Bestimmung von β, denn es ist: Helligkeit des Polaris getheilt durch Helligkeit eines Sterns $6^{\text{m}}.0$ B. D. $= (\alpha_B^2)^{4.0} = (\alpha_P^2)^{3.70}$, wo α_B^2 die photometrische Constante der B. D., α_P^2 aber die Pickerings bezeichnet; dies gibt

$$4.0 \log (\alpha_B^2) = 3.70 \log (\alpha_P^2)$$

und da $\log (\alpha_B^2) = \beta$, $\log (\alpha_P^2) = 0.4$ ist, so folgt

$$4.0\,\beta = 3.70 \cdot 0.4$$
$$\beta = 0.370,$$

was also unsere obige Annahme $\beta = 0.3708$ genügend bestätigt. Bezeichnet r_{pn} die Entfernung eines Sternes n^{ter} Grösse nach Pickerings, r_{dn} eines solchen nach der Scala der Durchmusterung, so ist

$$r_{p6} = r_{p1} \, \alpha_P^5 \, \xi^{\frac{r_{p6} - r_{p1}}{2}} = r_{d1} \, \alpha_B^{4.85} \, \xi^{\frac{r_{d\,5.85} - r_{d1}}{2}}$$

$$r_{p1} = r_{d1} \, \frac{\alpha_B^{4.85}}{\alpha_P^5} \, \xi^{\frac{r_{p1} - r_{d1}}{2}}$$

Da aber $\frac{r_{p1} - r_{d1}}{2}$, d. h. der halbe Unterschied in der Entfernung eines Sternes 1^{ter} Grösse nach Pickerings und der B. D. Scala sehr klein ist, und ξ so wenig von 1 verschieden, so darf einfach

$$r_{p1} = r_{d1} \, \frac{\alpha_B^{4.85}}{\alpha_P^5}$$

gesetzt werden und damit ist die Reduction der Entfernungen der schwächeren Sterne auf Einheiten, welche der Entfernung der Sterne $1^{\text{m}}.0$ B. D. gleich genommen sind, ausgeführt nach den Formeln

$$\log r_m \text{ (B. D.)} = (m - 1) \cdot \frac{\beta}{2} + \frac{r_m - 1}{2} \cdot \log 0.990651$$

$$\log r_m \text{ (Pick.)} = (m - 6) \cdot 0.2 + \frac{r_m - r_6}{2} \log 0.990651 + \log r_{5.85 \text{ B. D.}}$$

Für die Sterne schwächer als $9^{\text{m}}.0$ der B. D. wurde nach Lindemanns Vorschlag β verdoppelt und gesetzt

$$\log r_m = (m - 9) \cdot \beta + \frac{r_m - r_9}{2} \log 0.990651 + \log r_9, \text{ wo } \frac{\beta}{2} = 0{,}397$$

und dergestalt folgende Werthe der Entfernungen als Function der Helligkeit erhalten:

Bonner Durchmusterung.

Grösse	log r_n	Grösse	log r_n	Grösse	log r_n	Grösse	log r_n	Grösse	log r_n	Grösse	log r_n
1.0	0.0000	4.6	0.6646	5.8	0.8848	7.0	1.1035	8.2	1.3198	9.4	1.6118
1.5	0.0925	4.7	0.6831	5.9	0.9032	7.1	1.1216	8.3	1.3376	9.5	1.6486
2.0	0.1850	4.8	0.7014	6.0	0.9214	7.2	1.1398	8.4	1.3556	9.55	1.6668
2.5	0.2774	4.9	0.7199	6.1	0.9396	7.3	1.1578	8.5	1.3733	Pickering	
3.0	0.3698	5.0	0.7382	6.2	0.9580	7.4	1.1760	8.6	1.3911		
3.5	0.4621	5.1	0.7565	6.3	0.9762	7.5	1.1940	8.7	1.4089	1.00	9.8999
4.0	0.5543	5.2	0.7749	6.4	0.9945	7.6	1.2120	8.8	1.4266	2.00	0.0998
4.1	0.5726	5.3	0.7932	6.5	1.0126	7.7	1.2301	8.9	1.4443	3.00	0.2998
4.2	0.5911	5.4	0.8143	6.6	1.0308	7.8	1.2480	9.0	1.4619	4.00	0.4997
4.3	0.6095	5.5	0.8299	6.7	1.0491	7.9	1.2661	9.1	1.4996	5.00	0.6995
4.4	0.6279	5.6	0.8482	6.8	1.0672	8.0	1.2840	9.2	1.5371	6.00	0.8992
4.5	0.6463	5.7	0.8666	6.9	1.0854	8.1	1.3019	9.3	1.5746		

§ 13. **Eine Methode, die Lage der Hauptebene und des Schwerpunkts aus den nach gleichen Trapezen an der Sphäre gegebenen Sternzahlen zu ermitteln.**

Darf man nun die Sterne gleicher Helligkeit im Grossen und Ganzen sich vereinigt denken auf der Oberfläche einer Kugel, deren Radius wir vorstehender Tafel entnehmen können, so wird diese Kugel von der Hauptebene in einem Kreise geschnitten, der sich an der Sphäre als ein kleiner Kreis projicirt, weil die Sonne nicht in der Hauptebene steht, und von dem wir einzelne Punkte aus den Seeliger'schen Abzählungen ermitteln können, wenn wir nur jedem Declinations- und jedem Rectascensionskreise entlang gehend die Punkte grösster Dichtigkeit suchen, denn diese liegen ja auf der Hauptebene. Seeliger gibt für die B. D. die Abzählungen in Trapezen, deren eines Seitenpaar von zwei um 5° von einander abstehenden Declinationskreisen, deren anderes von zwei 10° von einander entfernten Stundenkreisen gebildet wird; für die S. D. sind die Trapeze nur einen Grad hoch. Nun wurden zunächst auch für die S. D. immer 5 Declinationsgrade zusammengefasst und zum Schlusse 3, so dass die Sterne in den Gruppen 0° bis —5°, —5° bis —10°, —10° bis —15°, —15° bis —20°, —20° bis —23° zusammen abgezählt waren.

Die zugehörige Tabelle folgt p. 232 und 233.

Ferner sind die Grössenklassen, für die Seeliger abzählt 1—6.5, 6.6—7.0, 7.1—7.5, 7.6—8.0, 8.1—8.5, 8.6—9.0, 9.1—9.5 für die B. D., denen für die S. D. noch eine Klasse 9.6—10.0 angefügt ist. Es mussten aber die Abzählungen 9.1—9.5 und 9.6—10.0 der S. D. unberücksichtigt bleiben, denn es zeigt sich, dass $9^m.5$ S. D. heller, $10^m.0$ S. D. aber schwächer als $9^m.5$ B. D. ist und somit ein Zusammenziehen der B. D. und S. D. für diese schwachen Sterne nicht möglich ist. Um die Sterne $1^m.0$—$6^m.5$ getrennt behandeln zu können, wurde, wie schon erwähnt, Pickerings photometrische Durchmusterung benutzt, die für die Sterne bis $6^m.00$ seiner Scala den Anspruch auf Vollständigkeit erhebt. Nur diese hat Schiaparelli berücksichtigt mit Ausschluss der zahlreichen im General Catalogue des XIV^ten^ Bandes der Annalen des Harvard College noch angeführten schwächeren Sterne. Um nun zwischen $6^m.00$ Pick. und $6^m.6$ B. D. keine Lücke zu haben, ist es nöthig, die Zahlen der von Pickering beobachteten Sterne von den entsprechenden Zahlen der Sterne $1^m.0$—$6^m.5$ B. D. abzuziehen. Es wurden daher zunächst die Sterne Pickering's über 5.99 nach denselben Trapezen abgezählt, wie sie Seeliger angewandt hat, nachdem die Positionen im Kopfe auf 1855.0 gebracht waren. Um auch sonst in voller Uebereinstimmung mit Seeliger zu bleiben, wurden die in der B. D. als var., cum., neb. bezeichneten Objecte im General Catalogue nicht mitgezählt, auch wenn sie von Pickering mit einfacher Helligkeitsbezeichnung aufgeführt waren, weil Seeliger sie nicht mitnehmen konnte. Doppelsterne wurden doppelt oder einfach gezählt, je nachdem sie in der B. D. zwei oder eine Nummer trugen. So entstand die p. 234 gegebene Tabelle der Anzahlen der Sterne zwischen $6^m.00$ Pickering's und $6^m.5$ B. D. incl.

Anzahlen der Sterne der S. D.

Mittlere Rect-ascension	1m0—6m5					6m6—7m0					7m1—7m5					7m6—8m0					8m1—8m5				
	0°—5°	5°—10°	10°—15°	15°—20°	20°—23°	0°—5°	5°—10°	10°—15°	15°—20°	20°—23°	0°—5°	5°—10°	10°—15°	15°—20°	20°—23°	0°—5°	5°—10°	10°—15°	15°—20°	20°—23°	0°—5°	5°—10°	10°—15°	15°—20°	20°—23°
0h 20m	7	7	7	8	6	9	5	9	10	5	11	2	6	6	7	17	21	19	16	9	31	38	38	38	17
1 0	8	10	11	4	1	6	6	5	7	2	9	10	7	10	7	18	21	20	14	21	40	34	33	35	23
1 40	6	4	7	6	5	6	7	6	8	5	10	10	12	14	4	21	10	22	25	11	50	55	53	37	25
2 20	10	3	6	9	2	4	9	9	7	7	4	8	9	13	7	14	11	11	20	10	65	47	45	40	26
3 0	6	11	8	3	4	6	7	5	6	5	11	8	13	12	8	20	16	20	25	9	37	38	32	42	22
3 40	8	10	13	5	5	5	7	10	11	9	18	6	10	14	5	22	18	21	21	16	50	54	42	48	33
4 20	9	10	7	7	7	2	8	8	10	4	16	16	8	13	8	27	25	19	23	12	65	37	57	55	34
5 0	14	12	16	12	3	6	8	6	9	2	13	15	9	14	7	22	37	36	26	16	77	67	62	53	34
5 40	16	19	11	7	7	13	17	9	5	8	16	11	13	17	4	33	34	34	33	17	73	78	59	67	36
6 20	12	17	11	15	6	8	10	10	7	9	14	16	13	18	7	34	27	21	30	15	76	95	74	68	41
7 0	9	14	11	12	6	6	10	6	11	9	6	21	20	22	14	39	34	34	33	16	71	87	89	70	51
7 40	4	11	9	11	7	9	10	13	11	4	10	16	15	17	9	36	20	29	36	25	80	96	91	72	47
8 20	10	12	9	10	6	9	11	16	10	9	15	22	9	12	5	21	38	37	34	16	64	86	81	67	42
9 0	4	8	5	9	2	10	7	10	9	5	11	17	15	15	11	23	22	30	20	15	72	66	71	60	51
9 40	6	8	9	4	7	7	12	8	9	3	19	12	15	9	10	12	18	21	33	27	57	43	47	54	35
10 20	6	7	10	8	2	8	4	15	9	8	7	12	14	13	11	16	19	25	22	15	34	33	46	46	22
11 0	5	5	8	10	2	5	4	7	7	4	11	10	12	10	7	11	16	23	21	22	49	46	43	41	27
11 40	5	8	4	8	1	7	11	4	6	2	6	8	10	10	11	22	18	13	17	12	35	38	32	45	26
12 20	4	7	9	7	8	9	5	10	10	1	9	12	5	15	5	22	18	20	20	12	25	30	42	50	28
13 0	6	6	5	10	3	4	6	12	7	6	9	13	21	10	8	13	14	18	13	12	30	42	36	42	21
13 40	5	11	4	5	2	5	11	8	8	5	5	10	11	7	3	16	24	22	14	15	30	42	36	37	24
14 20	5	14	6	4	3	7	8	8	5	3	6	10	3	8	11	22	18	19	19	17	26	28	46	39	16
15 0	8	4	7	11	3	7	5	8	9	1	9	15	15	12	3	15	23	27	11	13	32	30	38	39	25
15 40	5	7	5	13	6	4	12	9	8	7	6	5	11	11	11	30	31	20	25	13	37	46	42	38	31
16 20	9	7	7	10	3	8	11	6	5	7	9	6	15	13	8	20	20	18	15	12	41	37	50	38	18
17 0	10	3	9	9	6	7	6	10	9	7	14	8	12	13	9	12	20	19	32	12	35	29	39	58	37
17 40	11	7	8	6	7	4	8	4	13	5	14	14	9	12	10	27	17	30	37	12	43	37	62	51	37
18 20	10	13	9	6	10	7	12	14	13	2	16	13	15	24	9	29	19	25	38	13	52	46	72	80	37
19 0	7	7	6	15	12	9	15	7	11	6	13	22	21	17	4	24	26	28	41	18	68	75	57	81	62
19 40	8	6	12	7	3	6	10	7	8	5	12	11	22	19	3	24	30	19	38	19	59	46	58	58	34
20 20	9	3	11	11	4	11	12	7	11	4	4	7	11	20	6	36	33	27	34	15	59	53	61	50	30
21 0	2	11	8	12	6	16	8	8	7	7	11	13	15	15	9	21	27	21	20	8	45	52	40	50	41
21 40	8	7	6	6	5	2	6	10	10	1	7	9	10	12	8	15	23	16	17	9	36	45	36	47	21
22 20	8	8	7	7	5	3	9	9	9	2	11	7	7	8	5	16	14	17	24	9	51	36	46	42	21
23 0	3	11	9	8	6	7	10	7	7	2	7	5	8	7	2	14	13	21	16	8	26	38	36	48	30
23 40	8	6	8	17	3	6	5	6	3	5	9	9	9	12	5	13	22	23	15	13	32	28	35	41	23
	271	314	298	312	174	248	312	306	305	176	378	409	430	474	261	777	806	825	878	514	1753	1778	1827	1827	1128

om Aequator bis zu −23°.

Mittlere Rectascension	$8^m.6-9^m.0$					$9^m.1-9^m.5$					$9^m.6-10^m.0$					$9^m.1-10^m.0$				
	0°—5°	5°—10°	10°—15°	15°—20°	20°—23°	0°—5°	5°—10°	10°—15°	15°—20°	20°—23°	2°—5°	5°—10°	10°—15°	15°—20°	20°—23°	0°—5°	5°—10°	10°—15°	15°—20°	20°—23°
$0^h 20^m$	84	74	81	116	56	266	261	274	258	131	87	265	269	206	145	353	526	543	464	276
1 0	90	74	95	75	46	264	222	252	218	124	100	238	257	231	149	364	460	509	449	273
1 40	130	80	86	91	47	242	246	239	226	148	117	243	191	222	137	359	489	430	448	285
2 20	110	92	93	107	51	248	271	276	198	138	126	218	196	246	118	374	489	472	444	256
3 0	98	95	79	93	49	294	278	285	253	156	145	200	228	230	127	439	478	513	483	283
3 40	117	105	86	87	84	246	309	286	270	160	168	227	286	215	129	414	536	572	485	289
4 20	152	128	105	110	88	376	361	318	302	222	223	260	294	299	125	599	621	612	601	347
5 0	145	175	141	129	85	552	433	357	352	248	178	207	301	299	151	730	640	658	651	399
5 40	196	176	173	165	92	620	521	384	403	271	128	206	326	358	151	748	727	710	761	422
6 20	229	207	210	190	102	800	620	490	480	333	211	443	511	377	211	1011	1063	1001	857	544
7 0	273	308	255	229	151	913	745	641	663	471	277	659	655	620	354	1190	1404	1296	1283	825
7 40	214	251	278	247	118	742	703	712	756	456	231	500	700	670	390	973	1203	1412	1426	846
8 20	186	191	167	237	126	526	578	632	678	403	231	384	411	466	243	757	962	1043	1144	646
9 0	136	137	128	130	94	405	347	374	411	270	195	322	366	364	218	600	669	740	775	488
9 40	116	108	128	134	94	325	344	353	336	240	165	292	274	366	188	490	636	627	702	428
10 20	107	93	118	130	74	240	291	296	314	189	191	294	266	293	188	431	585	562	607	377
11 0	98	106	104	117	64	202	276	229	266	156	153	285	336	273	171	355	561	565	539	327
11 40	75	87	86	99	58	280	270	242	272	174	128	191	273	292	185	408	461	515	564	359
12 20	73	94	80	91	65	285	312	253	248	167	130	200	205	265	137	415	512	458	513	304
13 0	95	95	77	92	47	243	298	286	257	156	128	230	210	242	116	371	528	496	499	272
13 40	88	102	93	100	67	246	242	292	259	148	122	246	251	286	133	368	488	543	545	281
14 20	91	89	103	96	42	249	283	258	286	151	108	230	302	274	132	357	513	560	560	283
15 0	87	100	92	106	53	232	304	291	327	174	122	203	305	275	131	354	507	596	602	305
15 40	77	114	101	106	57	246	334	323	330	193	115	282	251	268	154	361	616	574	598	347
16 20	84	79	108	75	47	343	281	277	297	176	97	252	251	155	135	440	533	528	452	311
17 0	67	66	103	150	76	306	249	303	424	256	84	135	223	235	140	390	384	526	659	396
17 40	90	99	125	156	94	386	256	408	530	341	118	142	286	363	199	504	398	694	893	540
18 20	108	138	157	206	110	419	390	553	754	411	120	232	338	339	239	539	622	891	1093	650
19 0	142	190	204	198	110	621	612	604	752	392	194	341	350	342	200	815	953	954	1094	592
19 40	139	156	139	160	79	528	556	488	503	344	122	292	354	306	216	650	848	842	809	560
20 20	162	148	115	130	85	510	467	387	465	270	202	373	359	310	205	712	840	746	775	475
21 0	113	87	131	90	76	401	390	316	376	181	194	276	320	320	193	595	666	636	696	374
21 40	113	90	101	82	58	308	353	332	284	198	168	235	341	272	139	476	588	673	556	337
22 20	99	90	101	97	68	281	292	322	235	161	129	283	274	217	151	410	575	596	452	312
23 0	92	99	89	103	44	308	270	271	248	133	131	296	254	251	133	439	566	525	499	266
23 40	99	84	80	77	57	284	246	251	241	123	150	274	214	196	148	434	520	465	437	271
	4375	4407	4412	4601	2714	13737	13211	12855	13472	8265	5488	9956	11228	10943	6281	19225	23167	24083	24415	14546

Abzählungen der Sterne in Pickerings General Catalogue heller als $6^m.00$ excl.

Mittlere Rect-ascension	90°—85°	85°—80°	80°—75°	75°—70°	70°—65°	65°—60°	60°—55°	55°—50°	50°—45°	45°—40°	40°—35°	35°—30°	30°—25°	25°—20°	20°—15°	15°—10°	10°—5°	5°—0°	—0°—5°	—5°—10°	—10°—15°	—15°—20°	—20°—23°	—23°—25°	—25°—30°	Summe
$0^h\,20^m$	0	0	0	2	1	3	3	6	7	6	4	5	4	3	4	5	2	1	2	3	3	4	1	2	4	75
1 0	2	1	2	0	2	5	8	3	1	9	3	4	7	6	7	1	3	3	3	4	8	1	1	1	1	86
1 40	0	1	2	3	5	4	3	3	4	6	5	3	2	6	6	3	2	5	3	3	3	5	4	1	2	84
2 20	0	1	0	1	2	0	2	2	5	3	4	7	8	4	3	3	6	4	6	3	4	4	1	1	1	75
3 0	0	2	2	1	1	3	5	5	11	3	5	7	8	9	4	2	4	3	5	5	0	1	3	4	6	99
3 40	1	3	0	2	2	4	3	3	8	3	6	7	4	14	2	3	8	2	6	6	8	1	1	4	2	103
4 20	0	2	1	0	0	5	4	5	6	4	0	6	6	12	17	12	10	2	5	10	5	3	2	1	0	118
5 0	0	0	0	3	1	3	3	3	3	6	6	9	5	8	9	4	10	12	6	9	11	9	3	3	4	130
5 40	0	0	0	0	2	0	3	2	3	1	5	2	4	8	8	10	10	8	15	11	7	2	6	1	5	113
6 20	1	0	1	1	3	2	7	1	3	5	1	1	7	3	7	10	5	6	7	10	7	8	4	3	7	110
7 0	0	1	1	1	1	0	4	1	8	3	2	6	3	8	7	4	6	2	4	3	5	8	4	7	10	99
7 40	0	0	1	1	2	2	3	2	3	0	3	4	9	3	5	4	4	5	4	5	7	3	5	4	8	87
8 20	0	0	1	0	3	4	2	3	1	1	1	1	5	6	4	6	6	2	5	3	6	6	4	4	4	78
9 0	0	1	0	1	4	3	1	3	6	4	3	5	4	1	3	3	3	2	2	6	2	4	0	0	8	69
9 40	0	0	0	3	1	1	4	5	1	4	4	4	2	3	2	5	7	2	4	4	4	2	4	3	4	73
10 20	0	2	1	0	7	1	3	1	1	3	4	7	1	4	1	7	3	2	2	2	4	3	0	1	5	65
11 0	0	0	0	0	1	2	4	1	2	2	3	5	2	3	2	4	4	7	3	2	4	5	1	0	3	60
11 40	0	0	1	2	1	2	4	2	1	4	3	1	1	3	5	0	7	4	3	2	1	4	0	2	2	55
12 20	0	0	2	4	0	0	4	1	2	4	1	2	12	6	5	4	3	2	1	3	5	4	5	2	2	74
13 0	0	1	0	0	3	2	4	2	1	4	3	1	3	2	2	7	2	2	3	3	3	7	2	0	1	58
13 40	0	0	0	1	2	1	3	4	2	1	6	1	4	4	5	3	1	5	2	4	2	4	0	2	6	63
14 20	0	0	2	1	1	1	1	6	3	3	3	2	5	1	5	5	3	4	2	4	1	2	0	3	6	64
15 0	0	1	0	2	3	3	2	2	4	2	5	4	6	2	5	0	1	5	3	3	3	5	2	3	4	70
15 40	0	0	2	1	1	2	5	2	3	6	6	4	5	3	8	5	2	4	5	4	4	10	3	5	9	99
16 20	0	0	4	1	3	4	2	2	5	3	4	6	2	2	5	4	5	5	4	5	4	6	1	4	8	89
17 0	0	1	1	0	2	1	1	2	3	3	5	7	3	6	4	6	3	4	5	1	3	1	2	3	3	70
17 40	0	1	1	4	2	2	3	4	4	2	2	3	7	11	4	1	2	11	4	4	1	3	2	4	5	87
18 20	2	0	3	2	2	3	3	3	2	2	10	8	5	9	3	1	8	6	5	5	6	3	6	3	5	105
19 0	0	0	2	3	3	0	5	6	4	2	6	10	6	9	6	10	2	8	3	5	3	9	10	3	5	120
19 40	0	0	1	0	3	1	3	9	8	5	9	6	7	9	13	7	7	1	7	2	5	4	1	0	6	114
20 20	0	1	1	1	1	5	4	2	10	2	9	6	8	9	2	8	1	1	6	1	4	7	1	0	2	92
21 0	0	2	1	1	1	3	5	2	10	7	6	5	5	4	2	3	5	4	1	6	5	4	5	1	6	94
21 40	0	0	0	3	2	6	5	4	4	5	5	1	7	3	6	5	6	4	5	4	4	5	3	1	3	91
22 20	1	0	3	3	1	5	5	3	4	7	6	4	3	3	1	5	3	4	6	4	5	3	4	0	5	88
23 0	0	2	0	3	3	2	6	1	8	7	2	2	1	5	2	3	6	6	1	8	4	2	3	2	4	83
23 40	1	0	1	0	4	5	4	2	3	4	3	4	2	3	2	3	4	5	4	3	4	10	1	0	1	73
Summe	8	23	37	51	76	90	131	108	154	136	153	160	173	195	176	166	164	153	152	160	155	162	95	78	157	3113

Diese Abzählungen wurden von denen Seeligers für die Sterne $1^m.0$—$6^m.5$ der B. D. abgezogen und ergaben folgende Tafel der Sternzahlen zwischen den Grössen 6.00 Pick. und 6.5 B. D. incl.:

Anzahlen der Sterne zwischen $6^m.00$ Pickering's und $6^m.5$ B. D. incl.

Mittlere Rect-ascension	90°—85°	85°—80°	80°—75°	75°—70°	70°—65°	65°—60°	60°—55°	55°—50°	50°—45°	45°—40°	40°—35°	35°—30°	30°—25°	25°—20°	20°—15°	15°—10°	10°—5°	5°—0°	—0°—5°	—5°—10°	—10°—15°	—15°—20°	—20°—23°	Summe
0^h20^m	0	1	3	2	4	1	4	4	3	4	3	5	3	8	3	4	3	0	5	4	4	4	5	77
1 0	0	0	5	3	1	4	1	4	9	8	5	3	2	5	2	5	2	5	5	6	3	3	0	81
1 40	0	0	3	4	0	6	5	1	2	0	4	2	6	4	3	2	0	1	3	1	4	1	1	53
2 20	0	0	0	2	3	1	6	9	5	3	5	5	4	4	3	3	2	0	4	0	2	5	1	67
3 0	1	0	0	2	2	4	2	3	5	5	3	6	3	1	5	3	0	1	1	6	8	2	1	64
3 40	0	0	1	6	3	2	4	7	5	3	4	7	0	3	7	2	0	1	2	4	5	4	4	74
4 20	0	0	1	2	1	0	2	0	1	6	8	6	4	5	13	5	3	2	4	0	2	4	5	74
5 0	2	0	1	3	1	0	4	3	4	3	6	2	6	2	8	2	0	2	8	3	5	3	0	68
5 40	0	0	1	1	1	3	5	5	7	1	4	6	4	1	3	4	1	4	1	8	4	5	1	70
6 20	0	0	3	3	0	2	2	2	3	0	7	5	2	3	8	4	2	2	5	7	4	7	2	73
7 0	0	1	0	2	1	1	1	2	3	4	7	2	7	1	1	3	2	1	5	11	6	4	2	67
7 40	0	4	0	1	1	1	4	2	2	2	4	2	0	7	4	6	1	3	0	6	2	8	2	62
8 20	0	0	3	3	3	0	0	1	5	3	5	3	2	3	4	3	0	1	5	9	3	4	2	62
9 0	0	1	1	3	0	1	4	2	1	2	4	5	5	5	3	0	3	0	2	2	3	5	2	54
9 40	0	1	1	2	2	3	1	1	1	1	3	5	3	3	1	3	1	3	2	4	5	2	3	51
10 20	0	2	0	2	1	2	2	4	4	3	4	4	3	4	2	0	3	2	4	5	6	5	2	64
11 0	0	0	2	3	4	2	1	7	0	5	2	1	3	2	1	2	0	3	2	3	4	5	1	53
11 40	1	2	1	1	1	4	2	0	5	5	5	3	3	2	3	1	0	1	2	6	3	4	1	56
12 20	3	0	0	2	2	4	3	4	1	2	3	1	8	4	3	2	2	4	3	4	4	3	3	65
13 0	0	3	1	1	2	4	0	2	5	4	4	2	3	6	6	3	0	0	3	3	2	3	1	58
13 40	0	1	4	1	3	3	2	5	2	8	6	5	0	5	0	0	4	0	3	7	2	1	2	64
14 20	0	1	0	0	1	3	5	1	2	4	3	4	1	5	4	2	1	2	3	10	5	2	3	62
15 0	0	0	1	1	3	1	1	2	6	4	3	2	3	4	3	4	3	3	5	1	4	6	1	61
15 40	0	0	1	0	2	5	4	8	1	2	4	2	1	3	6	3	1	1	0	3	1	3	3	54
16 20	0	0	1	2	2	3	1	3	3	4	2	1	10	4	3	2	2	1	5	2	3	4	2	60
17 0	0	0	4	2	2	4	3	3	6	6	0	0	5	6	11	6	4	1	5	2	6	8	4	88
17 40	0	0	1	0	3	2	4	3	9	5	7	9	2	2	10	10	0	4	7	3	7	3	5	96
18 20	0	0	1	1	3	1	2	4	8	7	4	2	3	4	11	8	2	1	5	8	3	3	4	85
19 0	0	3	3	1	1	4	2	6	7	8	7	4	3	8	11	7	5	4	4	2	3	6	2	101
19 40	0	1	1	1	2	5	13	3	5	4	7	7	4	4	5	8	1	1	1	4	7	3	2	89
20 20	1	1	2	1	3	4	5	9	6	13	6	5	4	7	11	11	4	2	3	2	7	4	3	114
21 0	0	3	2	0	3	4	7	11	7	8	11	2	3	6	6	2	8	4	1	5	3	8	1	105
21 40	0	0	4	2	3	7	1	8	12	5	4	3	2	7	5	5	4	1	3	3	2	1	2	84
22 20	1	0	0	2	3	6	5	6	4	3	11	5	4	5	7	3	0	1	2	4	2	4	1	79
23 0	0	1	0	0	1	9	6	4	5	10	6	7	4	4	4	1	0	2	2	3	5	6	3	83
23 40	0	1	0	5	2	7	5	4	7	7	8	3	7	6	6	0	6	0	4	3	4	7	2	94
	9	27	52	67	70	113	119	143	161	162	179	136	127	153	186	129	70	64	119	154	143	150	79	2612

Jetzt ist in allen Richtungen bis —23° Decl. eine fortlaufende Reihe von Entfernungen im Sternhaufen nebst der Anzahl der dort stehenden Sterne bekannt. Da die Trapeze, nach denen die Abzählungen erfolgten, ungleichen Flächenraumes sind, so ist eine Reduction der Sternzahlen auf gleichen Flächenraum erforderlich. Der Inhalt des Trapezes, dessen Ecken bezw. $\alpha_1\,\delta_1$, $\alpha_1\,\delta_2$, $\alpha_2\,\delta_1$, $\alpha_2\,\delta_2$ sind, ist $4\,R^2\,\pi\,\frac{(\alpha_2-\alpha_1)^\circ}{360^\circ}\left\{\sin^2\frac{90-\delta_1}{2}-\sin^2\frac{90-\delta_2}{2}\right\}$, wo R der Radius der Sphäre also gleich $\frac{180}{\pi}$ ist, demnach

$$I=\frac{4\cdot 180}{2\cdot\pi}(\alpha_2-\alpha_1)^\circ\cdot\sin\frac{\delta_2-\delta_1}{2}\cdot\cos\frac{\delta_2+\delta_1}{2}=\frac{360}{\pi}(\alpha_2-\alpha_1)^\circ\sin\frac{\delta_2-\delta_1}{2}\cdot\cos\frac{\delta_2+\delta_1}{2}.$$

Für unsern Fall ist nun $(\alpha_2-\alpha_1)^\circ=10^\circ$, $\delta_2-\delta_1=5^\circ$.

Setzen wir jetzt den Inhalt eines Trapezes der von uns behandelten Art, das von den Parallelkreisen $+2^\circ.5$ und $-2^\circ.5$ begrenzt wird, $=F$

$$F=\frac{360}{\pi}\cdot 10\sin 2\tfrac{1^\circ}{2}\cos 0^\circ=\frac{3600}{\pi}\sin 2\tfrac{1^\circ}{2}=49.984\text{ Quadratgraden},$$

so ist der Inhalt des zwischen den Parallelen δ_2 und δ_1 liegenden Trapezes $=F\cdot\cos\frac{\delta_2+\delta_1}{2}$. Durch Division

mit dem cos der mittleren Declination der Trapeze wurden nun die Zahlen der Seeliger'schen Abzählungen*) für die Sterne unter $6^m.6$, sowie die der Tabelle p. 235 für die Sterne $6^m.00$ Pick. — $6^m.5$ B. D. auf gleiche Flächen reducirt, d. h. angegeben, wieviel Sterne das betreffende Trapez bei gleichbleibender Dichtigkeit enthalten würde, wenn es 49.984 Quadratgrade bedeckte. So entstanden folgende

Tafeln der auf gleiche Flächen reducirten Anzahlen der Sterne der B. D. und S. D. von $6^m.0$—$9^m.5$.

Die Argumente dieser Tafeln sind die mittlere Rectascension und mittlere Declination jedes Trapezes, die Summe Σ_1 gibt die einfache Summe der Zahlen der betreffenden Declinationscolumne, Σ_2 hingegen ist das zur Controlle gebildete Product der Summe der abgezählten Sterne in die Secante der mittleren Declination.

1. Anzahlen der Sterne $6^m.00$ Pickering's bis $6^m.5$ B. D.

	+87°.5	+82°.5	+77°.5	+72°.5	+67°.5	+62°.5	+57°.5	+52°.5	+47°.5	+42°.5	+37°.5	+32°.5	+27°.5	+22°.5	+17°.5	+12°.5	+7°.5	+2°.5	−2°.5	−7°.5	−12°.5	−17°.5	−21°.5
$0^h\,20^m$	0.0	7.7	13.9	6.7	10.4	2.2	7.4	6.6	4.4	5.4	3.8	5.9	3.4	8.7	3.1	4.1	3.0	0.0	5.0	4.0	4.1	4.2	9.0
1 0	0.0	0.0	23.1	10.0	2.6	8.7	1.9	6.6	13.3	10.8	6.3	3.6	2.3	5.4	2.1	5.1	2.0	5.0	5.0	6.1	3.1	3.1	0.0
1 40	0.0	0.0	13.9	13.3	0.0	13.0	9.3	1.6	3.0	0.0	5.0	2.4	6.8	4.3	3.1	2.0	0.0	1.0	3.0	1.0	4.1	1.0	1.8
2 20	0.0	0.0	0.0	6.7	7.8	2.2	11.2	14.8	7.4	4.1	6.3	5.9	4.5	4.3	3.1	3.1	2.0	0.0	4.0	0.0	2.0	5.2	1.8
3 0	22.9	0.0	0.0	6.7	5.2	8.7	3.7	4.9	7.4	6.8	3.8	7.1	3.4	1.1	5.2	3.1	0.0	1.0	1.0	6.1	8.2	2.1	1.8
3 40	0.0	0.0	4.6	20.0	7.8	4.3	7.4	11.5	7.4	4.1	5.0	8.3	0.0	3.2	7.3	2.0	0.0	1.0	2.0	4.0	5.1	4.2	7.2
4 20	0.0	0.0	4.6	6.7	2.6	0.0	3.7	0.0	1.5	8.1	10.1	7.1	4.5	5.4	13.6	5.1	3.0	2.0	4.0	0.0	2.0	4.2	9.0
5 0	45.9	0.0	4.6	10.0	2.6	0.0	7.4	4.9	5.9	4.1	7.6	2.4	6.8	2.2	8.4	2.0	0.0	2.0	8.0	3.0	5.1	3.1	0.0
5 40	0.0	0.0	4.6	3.3	2.6	6.5	9.3	8.2	10.4	1.4	5.0	7.1	4.5	1.1	3.1	4.1	1.0	4.0	1.0	8.1	4.1	5.2	1.8
6 20	0.0	0.0	13.9	10.0	0.0	4.3	3.7	3.3	4.4	0.0	8.8	5.9	2.3	3.2	8.4	4.1	2.0	2.0	5.0	7.1	4.1	7.3	3.6
7 0	0.0	7.7	0.0	6.7	2.6	2.2	1.9	3.3	4.4	5.4	8.8	2.4	7.9	1.1	1.0	3.1	2.0	1.0	5.0	11.1	6.1	4.2	3.6
7 40	0.0	30.6	0.0	3.3	2.6	2.2	7.4	3.3	3.0	2.7	5.0	2.4	0.0	7.6	4.2	6.1	1.0	3.0	0.0	6.1	2.0	8.4	3.6
8 20	0.0	0.0	13.9	10.0	7.8	0.0	0.0	1.6	7.4	4.1	6.3	3.6	2.3	3.2	4.2	3.1	0.0	1.0	5.0	9.1	3.1	4.2	3.6
9 0	0.0	7.7	4.6	10.0	0.0	2.2	7.4	3.3	1.5	2.7	5.0	5.9	5.6	5.4	3.1	0.0	3.0	0.0	2.0	2.0	3.1	5.2	3.6
9 40	0.0	7.7	4.6	6.7	5.2	6.5	1.9	1.6	1.5	1.4	3.8	5.9	3.4	3.2	1.0	3.1	1.0	3.0	2.0	4.0	5.1	2.1	5.4
10 20	0.0	15.3	0.0	6.7	2.6	4.3	3.7	6.6	5.9	4.1	5.0	4.7	3.4	4.3	2.1	0.0	3.0	2.0	4.0	5.0	6.1	5.2	3.6
11 0	0.0	0.0	9.2	10.0	10.4	4.3	1.9	11.5	0.0	6.8	2.5	1.2	3.4	2.2	1.0	2.0	0.0	3.0	2.0	3.0	4.1	5.2	1.8
11 40	22.9	15.3	4.6	3.3	2.6	8.7	3.7	0.0	7.4	6.8	6.3	3.6	3.4	2.2	3.1	1.0	0.0	1.0	2.0	6.1	3.1	4.2	1.8
12 20	68.8	0.0	0.0	6.7	5.2	8.7	5.6	6.6	1.5	2.7	3.8	1.2	9.0	4.3	3.1	2.0	2.0	4.0	3.0	4.0	4.1	3.1	5.4
13 0	0.0	23.0	4.6	3.3	5.2	8.7	0.0	3.3	7.4	5.4	5.0	2.4	3.4	6.5	6.3	3.1	0.0	0.0	3.0	3.0	2.0	3.1	1.8
13 40	0.0	7.7	18.5	3.3	7.8	6.5	3.7	8.2	3.0	10.8	7.6	5.9	0.0	5.4	0.0	0.0	4.0	0.0	3.0	7.1	2.0	1.0	3.6
14 20	0.0	7.7	0.0	0.0	2.6	6.5	9.3	1.6	3.0	5.4	3.8	4.7	1.1	5.4	4.2	2.0	1.0	2.0	3.0	10.1	5.1	2.1	5.4
15 0	0.0	0.0	4.6	3.3	7.8	2.2	1.9	3.3	8.9	5.4	3.8	2.4	3.4	4.3	3.1	4.1	3.0	3.0	5.0	1.0	4.1	6.3	1.8
15 40	0.0	0.0	4.6	0.0	5.2	10.8	7.4	13.1	1.5	2.7	5.0	2.4	1.1	3.2	6.3	3.1	1.0	1.0	0.0	3.0	1.0	3.1	5.4
16 20	0.0	0.0	4.6	6.7	5.2	6.5	1.9	4.9	4.4	5.4	2.5	1.2	11.3	4.3	3.1	2.0	2.0	1.0	5.0	2.0	3.1	4.2	3.6
17 0	0.0	0.0	18.5	6.7	5.2	8.7	5.6	4.9	8.9	8.1	0.0	0.0	5.6	6.5	11.5	6.1	4.0	1.0	5.0	2.0	6.1	8.4	7.2
17 40	0.0	0.0	4.6	0.0	7.8	4.3	7.4	4.9	13.3	6.8	8.8	10.7	2.3	2.2	10.5	10.2	0.0	4.0	7.0	3.0	7.2	3.1	9.0
18 20	0.0	0.0	4.6	3.3	7.8	2.2	3.7	6.6	11.8	9.5	5.0	2.4	3.4	4.3	11.5	8.2	2.0	1.0	5.0	8.1	3.1	3.1	7.2
19 0	0.0	23.0	13.9	3.3	2.6	8.7	3.7	9.9	10.4	10.8	8.8	4.7	3.4	8.7	11.5	7.2	5.0	4.0	4.0	2.0	3.1	6.3	3.6
19 40	0.0	7.7	4.6	3.3	5.2	10.8	24.2	4.9	7.4	5.4	8.8	8.3	4.5	4.3	5.2	8.2	1.0	1.0	1.0	4.0	7.2	3.1	3.6
20 20	22.9	7.7	9.2	3.3	7.8	8.7	9.3	14.8	8.9	17.6	7.6	5.9	4.5	7.6	11.5	11.3	4.0	2.0	3.0	2.0	7.2	4.2	5.4
21 0	0.0	23.0	9.2	0.0	7.8	8.7	13.0	18.1	10.4	10.8	13.9	2.4	3.4	6.5	6.3	2.0	8.1	4.0	1.0	5.0	3.1	8.4	1.8
21 40	0.0	0.0	18.5	6.7	7.8	15.2	1.9	13.1	17.8	6.8	5.0	3.6	2.3	7.6	5.2	5.1	4.0	1.0	3.0	3.0	2.0	1.0	3.6
22 20	22.9	0.0	0.0	6.7	7.8	13.0	9.3	9.9	5.9	4.1	13.9	5.9	4.5	5.4	7.3	3.1	0.0	1.0	2.0	4.0	2.0	4.2	1.8
23 0	0.0	7.7	0.0	0.0	2.6	19.5	11.2	6.6	7.4	13.6	7.6	8.3	4.5	4.3	4.2	1.0	0.0	2.0	2.0	3.0	5.1	6.3	5.4
23 40	0.0	7.7	0.0	16.6	5.2	15.2	9.3	6.6	10.4	9.5	10.1	3.6	7.9	6.5	6.3	0.0	6.1	0.0	4.0	3.0	4.1	7.3	3.6
Σ_1	206.3	207.2	240.1	223.3	183.0	245.2	221.3	234.9	238.5	219.6	225.4	161.4	143.5	165.4	194.2	131.8	70.2	64.0	119.0	155.1	146.2	156.6	142.2
Σ_2	206.4	206.8	240.2	222.8	182.8	244.6	221.5	234.9	238.3	219.7	225.5	161.2	143.1	165.7	194.9	132.2	70.6	64.1	119.1	155.4	146.5	157.3	141.5

*) Bei der Gelegenheit fanden sich folgende Druckfehler in Seeligers Abzählung der B. D.: S. 526 muss im Trapez 2^h40^m —3^h20^m, 5°—9° statt 3 die Zahl 4 stehen; damit wird die Summe unter 5°—9° = 234 statt 233, die Anzahl der Sterne 1. Klasse aber 4121, die Summe aller Klassen 314953 und die Gesammtzahl aller Objecte der Abzählung 315079. Ferner Seite 533 unter 40°—44° ist die Summe 910 statt 920, die Summe unter 60°—64° ist 534 statt 533, diejenige unter 65°—69° ist 416 statt 414, Seite 535 die Summe unter 40°—44° ist 1867 statt 1857, Seite 537 die Summe unter 50°—54° ist 3123 statt 2323.

2. Anzahlen der Sterne $6^m.6$—$7^m.0$.

	+87°.5	+82°.5	+77°.5	+72°.5	+67°.5	+62°.5	+57°.5	+52°.5	+47°.5	+42°.5	+37°.5	+32°.5	+27°.5	+22°.5	+17°.5	+12°.5	+7°.5	+2°.5	−2°.5	−7°.5	−12°.5	−17°.5	−21°.5
$0^h\,20^m$	0.0	0.0	13.9	20.0	15.7	15.2	16.7	11.5	20.7	14.9	12.6	10.7	5.6	5.4	9.4	2.0	5.0	5.0	9.0	5.0	9.2	10.5	9.0
1 0	0.0	15.3	9.2	23.3	20.9	10.8	14.9	23.0	22.2	12.2	10.1	13.0	4.5	10.8	2.1	6.1	6.1	6.0	6.0	6.1	5.1	7.3	3.6
1 40	0.0	30.6	13.9	6.7	10.4	10.8	13.0	19.7	17.8	17.6	16.4	4.7	6.8	4.3	4.2	5.1	9.1	2.0	6.0	7.1	6.1	8.4	9.0
2 20	0.0	0.0	9.2	6.7	10.4	26.0	44.7	16.4	16.3	6.8	17.6	8.3	5.6	5.4	7.3	3.1	3.0	1.0	4.0	9.1	9.2	7.3	12.5
3 0	0.0	0.0	13.9	16.6	13.1	19.5	11.2	18.1	13.3	10.8	22.7	8.3	4.5	9.7	9.4	6.1	4.0	3.0	6.0	7.1	5.1	6.3	9.0
3 40	0.0	7.7	9.2	13.3	5.2	13.0	18.6	11.5	11.8	10.8	18.9	11.9	10.1	13.0	5.2	6.1	8.1	5.0	5.0	7.1	10.2	11.5	16.1
4 20	0.0	0.0	13.9	0.0	7.8	15.2	7.4	14.8	13.3	20.3	15.1	7.1	4.5	7.6	8.4	9.2	9.1	1.0	2.0	8.1	8.2	10.5	7.2
5 0	22.9	0.0	18.5	10.0	20.9	21.7	3.7	1.6	13.3	12.2	10.1	19.0	6.8	4.3	9.4	6.1	6.1	8.0	6.0	8.1	6.1	9.4	3.6
5 40	22.9	0.0	0.0	20.0	13.1	10.8	11.2	13.1	11.8	17.6	16.4	17.8	18.0	8.7	5.2	7.2	1.0	3.0	13.0	17.2	9.2	5.2	14.3
6 20	0.0	7.7	4.6	0.0	7.8	6.5	20.5	4.9	10.4	21.7	23.9	10.7	9.0	13.0	10.5	13.3	8.1	9.0	8.0	10.1	10.2	7.3	16.1
7 0	22.9	7.7	32.3	3.3	10.4	8.7	3.7	9.9	11.8	9.5	11.3	11.9	9.0	6.5	9.4	8.2	9.1	8.0	6.0	10.1	6.1	11.5	16.1
7 40	0.0	0.0	4.6	10.0	10.4	8.7	9.3	6.6	7.4	13.6	16.4	7.1	4.5	13.0	8.4	3.1	5.0	3.0	9.0	10.1	13.3	11.5	7.2
8 20	0.0	23.0	18.5	20.0	7.8	8.7	7.4	8.2	8.9	4.1	6.3	11.9	6.8	9.7	4.2	3.1	4.0	4.0	9.0	11.1	16.4	10.5	16.1
9 0	0.0	7.7	13.9	10.0	5.2	0.0	11.2	9.9	1.5	6.8	12.6	7.1	10.1	4.3	15.7	4.1	4.0	3.0	10.0	7.1	10.2	9.4	9.0
9 40	0.0	0.0	13.9	6.7	7.8	13.0	5.6	11.5	10.4	9.5	11.3	7.1	5.6	7.6	4.2	6.1	4.0	1.0	7.0	12.1	8.2	9.4	5.4
10 20	0.0	7.7	13.9	6.7	2.6	6.5	5.6	13.1	7.4	9.5	5.0	3.6	9.0	7.6	5.2	2.0	2.0	7.0	8.0	4.0	15.4	9.4	14.3
11 0	0.0	7.7	9.2	6.7	10.4	4.3	9.3	3.3	7.4	4.1	10.1	10.7	6.8	7.6	6.3	8.2	2.0	2.0	5.0	4.0	7.2	7.3	7.2
11 40	22.9	0.0	0.0	6.7	26.1	15.2	3.7	3.3	10.4	10.8	3.8	7.1	9.0	9.7	4.2	6.1	1.0	2.0	7.0	11.1	4.1	6.3	3.6
12 20	0.0	30.6	18.5	10.0	7.8	8.7	3.7	3.3	7.4	10.8	8.8	5.9	7.9	4.3	7.3	1.0	2.0	1.0	9.0	5.0	10.2	10.5	1.8
13 0	22.9	7.7	9.2	10.0	10.4	2.2	7.4	1.6	3.0	6.8	15.1	8.3	5.6	9.7	8.4	2.0	3.0	5.0	4.0	6.1	12.3	7.3	10.7
13 40	45.9	7.7	18.5	6.7	7.8	8.7	7.4	8.2	5.9	8.1	8.8	2.4	9.0	3.2	7.3	11.3	6.1	2.0	5.0	11.1	8.2	8.4	9.0
14 20	0.0	7.7	9.2	0.0	13.1	4.3	5.6	16.4	8.9	9.5	10.1	3.6	7.9	2.2	5.2	6.1	1.0	9.0	7.0	8.1	8.2	5.2	5.4
15 0	22.9	15.3	4.6	13.3	7.8	13.0	9.3	6.6	8.9	6.8	5.0	8.3	6.8	8.7	4.2	8.2	2.0	2.0	7.0	5.0	8.2	9.4	1.8
15 40	22.9	23.0	0.0	6.7	15.7	4.3	7.4	11.5	16.3	9.5	8.8	3.6	1.1	6.5	6.3	9.2	4.0	3.0	4.0	12.1	9.2	8.4	12.5
16 20	0.0	0.0	4.6	6.7	5.2	13.0	3.7	11.5	10.4	8.1	8.8	5.9	3.4	6.5	9.4	6.1	7.1	8.0	8.0	11.1	6.1	5.2	12.5
17 0	0.0	7.7	32.3	13.3	5.2	8.7	13.0	8.2	11.8	10.8	6.3	9.5	7.9	3.2	11.5	7.2	8.1	8.0	7.0	6.1	10.2	9.4	12.5
17 40	0.0	7.7	18.5	16.6	13.1	15.2	5.6	9.9	11.8	10.8	13.9	14.2	5.6	1.1	12.6	6.1	15.1	9.0	4.0	8.1	4.1	13.6	9.0
18 20	0.0	0.0	4.6	10.0	13.1	13.0	3.7	16.4	13.3	25.8	12.6	4.7	10.1	7.6	5.2	18.4	7.1	12.0	7.0	12.1	14.3	13.6	3.6
19 0	22.9	7.7	4.6	6.7	10.4	10.8	16.7	0.0	17.8	25.8	21.4	17.8	13.5	10.8	22.0	16.4	10.1	9.0	9.0	15.1	7.2	11.5	10.7
19 40	0.0	0.0	9.2	10.0	5.2	15.2	13.0	4.9	19.2	20.3	25.2	23.7	18.0	15.2	21.0	17.4	11.1	11.0	6.0	10.1	7.2	8.4	9.0
20 20	0.0	30.6	4.6	13.3	13.1	13.0	13.0	18.0	10.4	25.8	22.7	13.0	5.6	14.1	18.9	10.2	8.1	5.0	11.0	12.1	7.2	11.5	7.2
21 0	0.0	15.3	23.1	6.7	26.1	10.8	18.6	23.0	25.2	24.4	12.6	16.6	12.4	6.5	13.6	6.1	7.1	7.0	16.0	8.1	8.2	7.3	12.5
21 40	22.9	0.0	13.9	13.3	28.7	23.8	14.9	11.5	16.3	19.0	3.8	23.7	4.5	19.5	8.4	9.2	2.0	4.0	2.0	6.1	10.2	10.5	1.8
22 20	0.0	23.0	13.9	10.0	10.4	17.3	16.7	8.2	19.2	19.0	10.1	9.5	12.4	8.7	6.3	9.2	3.0	3.0	3.0	9.1	9.2	9.4	3.6
23 0	0.0	0.0	4.6	10.0	7.8	41.1	22.3	9.9	13.3	10.8	12.6	13.0	10.1	10.8	10.5	4.1	2.0	7.0	7.0	10.1	7.2	7.3	3.6
23 40	0.0	7.7	13.9	16.6	18.3	26.0	11.2	14.8	25.2	24.4	8.8	11.9	6.8	14.1	5.2	5.1	4.0	2.0	6.0	5.0	6.1	3.1	9.0
Σ_1	252.0	306.8	420.4	366.6	425.2	463.7	410.9	384.3	460.4	489.3	456.0	373.6	284.8	301.0	312.0	258.5	193.6	180.0	248.0	315.1	313.0	319.0	315.5
Σ_2	252.2	306.4	420.4	365.9	425.6	463.3	411.3	384.5	460.3	489.5	456.1	373.3	285.1	301.1	312.6	259.1	193.7	180.2	248.2	314.8	313.3	319.8	315.2

3. Anzahlen der Sterne $7^m.1$—$7^m.5$.

	+87°.5	+82°.5	+77°.5	+72°.5	+67°.5	+62°.5	+57°.5	+52°.5	+47°.5	+42°.5	+37°.5	+32°.5	+27°.5	+22°.5	+17°.5	+12°.5	+7°.5	+2°.5	−2°.5	−7°.5	−12°.5	−17°.5	−21°.5
$0^h\,20^m$	0.0	0.0	9.2	6.7	15.7	26.0	37.2	32.9	26.6	13.6	20.2	15.4	7.9	17.3	9.4	11.3	6.1	7.0	11.0	2.0	6.1	6.3	12.5
1 0	45.9	15.3	9.2	20.0	10.4	10.8	27.9	26.3	44.4	31.2	15.1	15.4	15.8	11.9	10.5	4.1	8.1	7.0	9.0	10.1	7.2	10.5	12.5
1 40	0.0	23.0	23.1	26.6	18.3	19.5	35.4	18.1	17.8	19.0	17.6	7.1	18.0	9.7	4.2	7.2	11.1	2.0	10.0	10.1	12.3	14.7	7.2
2 20	0.0	0.0	18.5	26.6	10.4	39.0	35.4	18.1	20.7	24.4	23.9	29.6	12.4	11.9	6.3	11.3	9.1	12.0	4.0	8.1	9.2	13.6	12.5
3 0	0.0	15.3	23.1	29.9	15.7	15.2	16.7	13.1	31.1	14.9	15.1	19.0	7.9	6.5	10.5	8.2	6.1	8.0	11.0	8.1	13.3	12.6	14.3
3 40	0.0	23.0	18.5	13.3	15.7	19.5	14.9	13.1	17.8	25.8	30.2	16.6	10.1	20.6	6.3	6.1	8.1	3.0	18.0	6.1	10.2	14.7	9.0
4 20	0.0	23.0	9.2	10.0	15.7	6.5	14.9	14.8	19.2	19.0	22.7	16.6	4.5	16.2	13.6	9.2	11.1	7.0	16.0	16.1	8.2	13.6	14.3
5 0	0.0	7.7	9.2	16.6	15.7	8.7	16.7	14.8	8.9	20.3	21.4	13.0	14.6	4.3	12.6	14.3	11.1	10.0	13.0	15.1	9.2	14.7	12.5
5 40	0.0	0.0	23.1	6.7	13.1	8.7	14.9	4.9	29.6	35.3	27.7	16.6	20.3	18.4	17.8	18.4	11.1	11.0	16.0	11.1	13.3	17.8	7.2
6 20	0.0	15.3	37.0	10.0	7.8	17.3	7.4	21.4	14.8	23.1	21.4	17.8	13.5	19.5	25.2	13.3	19.2	12.0	14.0	16.1	13.3	18.9	12.5
7 0	0.0	15.3	9.2	26.6	18.3	15.2	9.3	13.1	17.8	17.6	16.4	16.6	22.5	14.2	21.0	7.2	8.1	4.0	6.0	21.2	20.5	23.1	25.1
7 40	22.9	7.7	9.2	16.6	15.7	6.5	22.3	18.1	23.7	23.1	8.8	15.4	12.4	20.6	7.3	13.3	12.1	12.0	10.0	16.1	15.4	17.8	16.1
8 20	22.9	7.7	9.2	16.6	10.4	4.3	11.2	9.9	19.2	19.0	21.4	19.0	12.4	13.0	13.6	9.2	13.1	14.0	15.0	22.2	9.2	12.6	9.0
9 0	0.0	15.3	18.5	10.0	13.1	15.2	13.0	13.1	11.8	10.8	10.1	10.7	11.3	11.9	8.4	7.2	10.1	18.0	11.0	17.2	15.4	15.7	19.7
9 40	0.0	15.3	23.1	26.6	18.3	13.0	14.9	24.6	11.8	17.6	11.3	13.0	13.5	11.9	6.3	9.2	6.1	10.0	19.0	12.1	15.4	9.4	17.9
10 20	22.9	0.0	9.2	6.7	10.4	15.2	7.4	8.2	13.3	19.0	6.3	13.0	11.3	5.4	12.6	6.1	3.0	10.0	7.0	12.1	14.3	13.6	19.7
11 0	45.9	7.7	18.5	6.7	7.8	10.8	16.7	23.0	17.8	12.2	16.4	7.1	10.1	11.9	7.3	7.2	5.0	7.0	11.0	10.1	12.3	10.5	12.5
11 40	22.9	7.7	9.2	20.0	15.7	13.0	11.2	11.5	10.4	10.8	6.3	14.2	16.9	6.5	9.4	4.1	6.1	9.0	6.0	8.1	10.2	10.5	19.7
12 20	0.0	15.3	13.9	3.3	10.4	23.8	11.2	9.9	14.8	25.8	11.3	15.4	14.7	16.2	9.4	7.2	7.1	3.0	9.0	12.1	5.1	15.7	9.0
13 0	0.0	23.0	4.6	6.7	13.1	13.0	3.7	16.4	5.9	12.2	13.9	11.9	14.7	11.9	11.5	6.1	5.0	6.0	9.0	13.1	21.5	10.5	14.3
13 40	22.9	30.6	18.5	20.0	15.7	15.2	3.7	21.4	10.4	8.1	6.3	8.3	11.3	15.2	8.4	8.2	4.0	5.0	5.0	10.1	11.3	7.3	5.4
14 20	22.9	0.0	9.2	10.0	26.1	21.6	13.0	19.7	8.9	10.8	17.6	11.9	9.0	6.5	10.5	7.2	6.1	9.0	6.0	10.1	3.1	8.4	19.7
15 0	0.0	7.7	9.2	13.3	20.9	23.8	11.2	27.9	16.3	9.5	15.1	9.5	10.1	8.7	12.6	9.2	8.1	8.0	9.0	15.1	15.4	12.6	5.4
15 40	22.9	30.6	9.2	13.3	5.2	10.8	9.3	6.6	7.4	17.6	6.3	14.2	7.9	13.0	9.4	16.4	6.1	10.0	6.0	5.0	11.3	11.5	19.7
16 20	22.9	7.7	18.5	23.3	7.8	13.0	11.2	9.9	16.3	21.7	16.4	11.9	15.8	8.7	10.5	14.3	5.0	9.0	9.0	6.1	15.4	13.6	14.3
17 0	0.0	15.3	9.2	13.3	10.4	19.5	7.4	14.8	20.7	14.9	10.1	13.0	13.5	9.7	19.9	14.3	8.1	7.0	14.0	8.1	12.3	13.6	16.1
17 40	0.0	7.7	32.3	23.3	13.1	17.3	11.2	21.4	17.8	23.1	21.4	5.9	12.4	19.5	10.5	14.3	9.1	12.0	14.0	14.1	9.2	12.6	17.9
18 20	22.9	23.0	18.5	13.3	23.5	6.5	33.5	16.4	38.5	20.3	25.2	20.1	13.5	18.4	16.8	18.4	17.2	10.0	16.0	13.1	15.4	25.2	16.1
19 0	0.0	15.3	23.1	13.3	10.4	17.3	18.6	23.0	14.8	29.8	36.5	23.7	23.7	14.2	22.0	24.6	16.1	15.0	13.0	22.2	21.5	17.8	7.2
19 40	0.0	7.7	18.5	13.3	26.1	30.3	16.7	23.0	26.6	19.0	20.2	28.4	24.8	26.0	23.1	18.4	8.1	11.0	12.0	11.1	22.5	19.9	5.4
20 20	22.9	30.6	13.9	10.0	10.4	10.8	27.9	34.5	28.1	47.5	39.1	26.1	22.5	13.0	18.9	17.4	14.1	10.0	4.0	7.1	11.3	21.0	10.7
21 0	0.0	7.7	13.9	23.3	13.1	19.5	33.5	34.5	32.6	32.5	27.7	27.3	13.5	18.4	21.0	20.5	9.1	10.0	11.0	13.1	15.4	15.7	16.1
21 40	0.0	23.0	18.5	23.3	26.1	34.6	24.2	42.7	29.6	35.3	20.2	16.6	14.7	16.2	12.6	6.1	10.1	10.0	7.0	9.1	10.2	12.6	14.3
22 20	22.9	15.3	18.5	20.0	33.9	34.6	20.5	39.4	17.8	31.2	16.4	27.3	15.8	22.7	6.3	13.3	4.0	7.0	11.0	7.1	7.2	8.4	9.0
23 0	0.0	7.7	46.2	16.6	15.7	32.5	18.6	18.1	32.6	24.4	18.9	22.5	14.7	10.8	10.5	4.1	9.1	7.0	7.0	5.0	8.2	7.3	3.6
23 40	22.9	7.7	9.2	16.6	13.1	28.1	35.4	24.6	28.1	20.3	10.1	17.8	19.2	8.7	11.5	7.1	5.0	6.0	9.0	9.1	9.2	12.6	9.0
Σ_1	366.6	475.2	591.1	572.4	543.2	636.6	638.2	703.2	723.9	760.7	645.0	587.9	507.2	489.5	447.7	394.0	316.1	318.0	378.0	412.7	440.5	496.9	467.4
Σ_2	366.9	475.0	591.4	572.1	543.1	636.5	638.3	703.2	723.7	760.7	645.1	587.8	507.1	489.5	448.0	394.2	315.8	318.3	378.4	412.7	440.3	497.2	467.4

4. Anzahlen der Sterne $7^m.6—8^m.0$.

	+87°.5	+82°.5	+77°.5	+72°.5	+67°.5	+62°.5	+57°.5	+52°.5	+47°.5	+42°.5	+37°.5	+32°.5	+27°.5	+22°.5	+17°.5	+12°.5	+7°.5	+2°.5	−2°.5	−7°.5	−12°.5	−17°.5	−21°.5
$0^h 20^m$	0.0	30.6	27.7	13.3	33.9	34.6	70.7	57.5	48.8	31.2	30.2	23.7	20.3	22.7	15.7	13.3	16.2	21.0	17.0	21.2	19.5	16.8	16.1
1 0	22.9	7.7	18.5	20.0	31.3	45.5	50.4	37.8	69.6	32.5	40.3	46.2	20.3	16.2	22.0	8.2	16.2	19.0	18.0	21.2	20.5	14.7	37.6
1 40	45.9	7.7	23.1	20.0	26.1	52.0	50.4	34.5	26.6	36.6	36.5	33.2	22.5	15.2	10.5	12.3	11.1	17.0	21.0	10.1	22.5	26.2	19.7
2 20	0.0	23.0	37.0	33.3	36.6	45.5	61.4	23.0	44.4	46.1	35.3	39.1	25.9	23.8	13.6	21.5	17.2	12.0	14.0	11.1	11.3	21.0	17.9
3 0	0.0	7.7	9.2	43.2	44.4	26.0	52.1	36.1	45.9	29.8	45.4	36.7	20.3	17.3	15.7	20.5	24.2	24.0	20.0	16.1	20.5	26.2	16.1
3 40	0.0	38.3	18.5	20.0	26.1	26.0	26.1	29.6	28.1	40.7	23.9	20.1	22.5	41.2	19.9	17.4	21.2	16.0	22.0	18.2	21.5	22.0	28.7
4 20	22.9	23.0	27.7	43.2	31.3	34.6	22.3	39.4	23.7	43.4	35.3	20.1	13.6	13.0	29.4	14.3	10.1	16.0	27.0	25.2	19.5	24.1	21.5
5 0	0.0	0.0	41.6	23.3	33.9	13.0	27.9	36.1	34.0	61.0	40.3	29.6	19.1	18.4	22.0	24.6	28.3	23.0	22.0	37.4	36.9	27.3	28.7
5 40	45.9	30.6	18.5	23.3	15.7	32.5	31.6	23.0	32.6	28.5	61.7	49.8	45.0	35.7	33.6	19.5	20.2	27.0	33.0	34.3	34.8	34.6	30.4
6 20	0.0	0.0	46.2	23.3	23.5	21.7	57.7	37.8	34.0	48.8	36.5	47.4	42.8	32.5	37.8	33.8	30.3	40.0	34.0	27.3	21.5	31.5	26.9
7 0	0.0	38.3	27.7	26.6	31.3	23.8	33.5	32.9	44.4	36.6	22.7	27.3	27.0	33.6	31.5	40.0	34.3	24.0	39.0	34.3	34.8	34.6	28.7
7 40	0.0	7.7	41.6	20.0	23.5	21.7	22.3	23.0	35.5	27.1	30.2	24.9	20.3	26.0	27.3	30.7	22.2	29.0	36.0	29.3	29.7	37.8	44.8
8 20	22.9	7.7	4.6	13.3	23.5	26.0	29.8	21.4	31.1	20.3	30.2	21.3	20.3	17.3	18.9	27.7	21.2	32.0	21.0	38.4	37.9	35.7	28.7
9 0	22.9	23.0	4.6	16.6	18.3	39.0	26.1	21.4	31.1	17.6	42.8	17.8	20.3	23.8	19.9	14.3	17.2	30.0	23.0	22.2	30.7	21.0	26.9
9 40	45.9	15.3	13.9	33.3	28.7	15.2	16.7	18.1	23.7	20.3	20.2	16.6	28.1	18.4	26.2	19.5	12.1	15.0	12.0	18.2	21.5	34.6	48.4
10 20	0.0	15.3	27.7	13.3	31.3	10.8	16.7	16.4	25.2	21.7	15.1	14.2	19.1	16.2	9.4	21.5	15.1	15.0	16.0	19.2	25.6	23.1	26.9
11 0	0.0	23.0	37.0	20.0	20.9	23.8	22.3	19.7	16.3	20.3	13.8	19.0	12.4	22.7	17.8	11.3	13.1	17.0	11.0	16.1	23.6	22.0	39.4
11 40	22.9	38.3	13.9	26.6	26.1	26.0	22.3	21.4	31.1	24.4	17.6	15.4	20.3	17.3	10.5	8.2	10.1	15.0	22.0	18.2	13.3	17.8	21.5
12 20	0.0	15.3	4.6	16.6	15.7	10.8	20.5	18.1	17.8	27.1	16.4	17.8	19.1	20.6	16.8	16.4	22.2	18.0	22.0	18.2	20.5	21.0	21.5
13 0	22.9	7.7	23.1	26.6	20.9	30.3	24.2	13.1	26.6	23.1	22.7	10.7	18.0	9.7	12.6	9.2	8.1	21.0	13.0	14.1	18.4	13.6	21.5
13 40	0.0	7.7	32.3	26.6	31.3	21.6	16.7	18.1	23.7	28.5	17.6	14.2	16.9	23.8	17.8	9.2	10.1	12.0	16.0	24.2	22.5	14.7	26.9
14 20	0.0	7.7	23.1	20.0	23.5	17.3	33.5	26.3	22.2	16.3	21.4	15.4	21.4	18.4	13.6	16.4	19.2	14.0	22.0	18.2	19.5	19.9	30.4
15 0	45.9	7.7	27.7	33.3	28.7	15.2	20.5	13.1	14.8	20.3	21.4	17.8	22.5	11.9	19.9	18.4	11.1	12.0	15.0	23.2	27.7	11.5	23.3
15 40	22.9	23.0	32.3	16.6	23.5	26.0	18.6	21.4	23.7	23.1	10.1	10.7	18.0	23.8	10.5	15.4	8.1	13.0	30.0	31.3	20.5	26.2	23.3
16 20	0.0	30.6	9.2	33.3	13.1	36.8	22.3	24.6	23.7	20.3	20.2	16.6	20.3	18.4	30.4	15.4	13.1	10.0	20.0	20.2	18.4	15.7	21.5
17 0	0.0	7.7	27.7	33.3	36.5	34.6	27.9	26.3	35.5	25.8	31.5	23.7	23.6	20.6	25.2	15.4	17.2	10.0	12.0	20.2	19.5	33.6	21.5
17 40	0.0	7.7	23.1	29.9	33.9	23.8	27.9	24.6	41.4	36.6	34.0	32.0	29.3	30.3	37.8	23.6	32.3	27.0	27.0	17.2	30.7	38.8	21.5
18 20	22.9	23.0	27.7	20.0	20.9	17.3	16.7	42.7	45.9	32.5	54.2	40.3	30.4	39.0	45.1	33.8	34.3	27.0	29.0	19.2	25.6	39.9	23.3
19 0	0.0	30.6	13.9	36.6	23.5	47.6	50.2	37.8	40.0	42.0	63.0	45.0	43.9	39.0	37.8	42.0	31.3	25.0	24.0	26.2	28.7	43.0	32.2
19 40	45.9	30.6	27.7	26.6	36.5	36.8	35.4	44.4	40.0	48.8	42.8	53.3	48.4	45.5	36.7	41.0	38.4	21.0	24.0	30.3	19.5	39.9	34.0
20 20	45.9	15.3	23.1	39.9	15.7	39.0	55.8	54.2	54.8	58.3	69.6	47.4	43.9	37.9	35.7	34.8	27.3	16.0	36.0	33.3	27.7	35.7	26.9
21 0	45.9	15.3	27.7	26.6	39.2	65.0	59.6	50.9	74.0	43.4	52.9	49.8	43.9	43.3	24.1	18.4	27.3	30.0	21.0	27.3	21.5	21.0	14.3
21 40	22.9	30.6	18.5	10.0	36.5	77.9	55.8	52.6	59.2	62.4	54.2	40.3	27.0	32.5	21.0	21.5	22.2	18.0	15.0	23.2	16.4	17.8	16.1
22 20	0.0	23.0	27.7	49.9	49.6	36.8	50.2	60.8	62.2	38.0	45.4	32.0	28.1	17.3	14.7	15.4	28.3	14.0	16.0	14.1	17.4	25.2	16.1
23 0	22.9	68.9	55.4	43.2	44.4	45.5	50.2	49.3	66.6	52.9	32.8	27.3	31.5	21.7	22.0	18.4	15.2	18.0	14.0	13.1	21.5	16.8	14.3
23 40	91.7	23.0	18.5	53.2	86.1	56.3	40.9	46.0	57.7	47.5	17.6	28.4	14.6	20.6	26.2	15.4	14.1	16.0	13.0	22.2	23.6	15.7	23.3
Σ_1	642.0	712.6	882.3	974.8	1085.9	1156.3	1267.2	1153.4	1355.9	1233.8	1205.8	1025.1	920.9	885.6	829.6	738.7	720.1	714.0	777.0	813.7	845.2	921.0	920.8
Σ_2	642.0	712.4	882.4	974.5	1086.1	1156.4	1267.3	1153.4	1355.7	1234.0	1205.8	1025.0	922.2	885.9	829.4	739.0	720.0	714.7	777.7	814.0	845.6	920.6	920.6

5. Anzahlen der Sterne $8^m.1$—$8^m.5$.

	+87°.5	+82°.5	+77°.5	+72°.5	+67°.5	+62°.5	+57°.5	+52°.5	+47°.5	+42°.5	+37°.5	+32°.5	+27°.5	+22°.5	+17°.5	+12°.5	+7°.5	+2°.5	−2°.5	−7°.5	−12°.5	−17°.5	−21°.5
$0^h 20^m$	22.9	30.6	23.1	39.9	83.6	69.3	100.5	101.9	99.1	71.9	73.1	50.8	58.6	58.5	29.4	33.8	22.2	43.0	31.0	38.3	38.9	39.9	30.4
1 0	0.0	38.3	64.7	43.2	67.9	93.1	100.5	77.2	87.3	66.4	49.1	65.2	51.8	37.9	33.6	38.9	44.4	40.0	40.0	34.3	33.8	36.7	41.2
1 40	22.9	15.3	41.6	49.9	52.2	106.1	117.2	83.8	91.7	77.3	85.7	53.3	59.7	33.6	35.7	33.8	34.3	42.0	50.1	55.5	54.3	38.8	44.8
2 20	22.9	38.3	50.8	73.2	52.2	86.6	152.6	101.9	87.3	85.4	66.8	59.2	44.0	43.3	27.3	35.9	43.4	46.0	65.1	47.4	46.1	42.0	46.6
3 0	0.0	30.6	60.1	66.5	26.1	71.4	74.4	52.6	91.7	70.5	84.4	78.2	34.9	35.7	34 6	29.7	56.5	50.1	37.0	38.3	32.8	44.1	39.4
3 40	45.9	38.3	64.7	39.9	41.8	71.4	67.0	50.9	76.9	66.4	65.5	46.2	64.2	65.0	48.3	35.9	34.3	48.0	50.1	54.5	43.0	50.4	59.1
4 20	45.9	53.6	37.0	63.2	57.4	32.5	61.4	65.7	57.7	62.4	59.2	55.7	23.7	21.6	30.4	32.8	35.3	54.1	65.1	37.3	58.4	57.7	60.9
5 0	22.9	15.3	60.1	53.2	57.4	45.5	22.3	62.4	54.7	86.8	95.8	68.7	37.1	43.3	27.3	56.4	61.5	59.1	77.1	67.6	63.5	55.6	60.9
5 40	0.0	23.0	64.7	36.6	49.6	34.6	42.8	83.8	56.2	101.7	100.8	61.6	83.4	85.6	68.2	84.0	86.8	49.0	73.1	78.7	60.4	70.3	64.5
6 20	68.8	46.0	46.2	39.9	44.4	36.8	61.4	64.1	41.4	74.5	75.6	84.1	73.3	71.5	70.3	78.9	95.9	71.1	76.1	95.9	75.8	71.4	73.4
7 0	68.8	15.3	37.0	26.6	49.6	49.8	67.0	60.8	45.8	66.4	58.0	68.7	63.1	65.0	70.4	67.6	100.0	84.1	71.1	87.8	91.2	73.5	91.3
7 40	0.0	23.0	46.2	26.6	36.6	30.3	48.4	50.9	54.7	48.8	45.4	68.7	53.0	57.4	40.9	63.5	93.8	69.1	80.1	96.9	93.2	75.6	84.2
8 20	68.8	53.6	27.7	49.9	65.3	43.3	37.2	54.2	62.1	44.7	63.0	65.2	58.6	54.2	48.3	33.8	58.5	78.1	64.1	86.8	83.0	70.3	75.2
9 0	91.7	61.3	37.0	46.6	33.9	41.1	20.5	50.9	39.9	58.3	51.7	45.0	47.3	35.7	47.2	43.0	43.4	61.1	72.1	66.6	72.8	63.0	91.3
9 40	68.8	46.0	41.6	20.0	52.2	34.6	26.1	39.4	42.9	50.1	40.3	42.7	35.1	26.0	38.8	34.8	31.3	47.0	57.1	43.4	48.2	56.7	62.7
10 20	91.7	38.3	32.3	36.6	33.9	32.5	31.6	29.6	39.9	42.0	44.1	60.4	44.0	28.2	42.0	33.8	37.3	38.0	34.0	33.3	47.1	48.3	39.4
11 0	22.9	76.6	37.0	39.9	39.2	39.0	27.9	29.5	34.0	46.1	40.3	24.9	30.4	29.2	35.7	29.7	46.4	38.0	49.0	46.4	44.0	43.0	48.4
11 40	45.9	46.0	13.9	13.3	36.6	21.7	40.9	36.1	29.6	44.7	35.3	22.5	30.4	32.5	26.2	49.2	34.3	35.0	35.0	38.3	32.8	47.2	46.6
12 20	114.6	61.3	37.0	33.3	41.8	32.5	48.4	29.5	25.1	43.4	39.1	36.7	50.7	26.0	27.3	40.0	41.4	35.0	25.0	30.3	43.0	52.5	50.1
13 0	68.8	61.3	37.0	39.9	23.5	39.0	48.4	42.7	28.1	52.9	46.6	27.3	29.3	34.7	29.4	36.9	27.2	36.0	30.0	42.4	36.9	44.1	37.6
13 40	91.7	30.6	32.3	20.0	28.7	43.3	37.2	39.4	39.9	39.3	40.3	35.5	37.2	35.7	29.4	36.9	25.2	28.0	30.0	42.4	36.9	38.8	43.0
14 20	68.8	53.6	23.1	26.6	26.1	54.1	42.8	47.6	35.5	40.7	35.1	30.8	38.3	41.2	38.8	20.5	25.2	33.0	26.0	28.3	47.1	40.9	28.7
15 0	45.9	53.6	27.7	33.3	39.2	47.6	26.5	46.0	57.7	46.1	34.0	34.4	34.9	34.7	37.8	45.1	22.2	30.0	32.0	30.3	38.9	40.9	44.8
15 40	0.0	61.3	60.1	56.5	31.3	28.1	33.5	52.6	51.8	54.2	29.0	36.7	56.4	52.0	33.6	33.8	35.3	24.0	37.0	46.4	43.0	39.9	55.5
16 20	0.0	76.6	37.0	43.2	41.8	43.3	54.0	34.5	51.8	50.1	49.1	40.3	39.4	55.2	52.5	51.2	39.4	28.0	41.0	37.3	51.2	39.9	32.2
17 0	0.0	53.6	69.3	53.2	57.4	36.8	31.6	46.0	69.5	46.1	54.2	54.5	54.1	46.6	44.1	51.2	42.4	37.0	35.0	29.3	39.9	60.9	66.3
17 40	45.9	53.6	46.2	66.5	57.4	49.8	81.9	46.0	93.2	80.0	68.0	52.1	63.1	75.7	55.6	53.3	49.4	55.1	43.0	37.3	63.5	53.5	66.3
18 20	45.9	84.3	69.3	39.9	47.0	47.6	27.9	85.4	65.1	86.8	97.0	75.8	71.0	65.0	77.7	58.4	66.6	64.1	52.1	46.4	73.8	84.0	66.3
19 0	22.9	46.0	18.5	46.6	47.0	65.0	70.7	78.9	99.1	85.4	113.4	86.5	84.5	84.5	86.1	73.8	61.5	54.1	68.1	75.7	58.4	85.0	111.0
19 40	22.9	46.0	60.1	49.9	70.5	119.1	96.8	105.2	75.4	120.7	119.7	135.1	117.2	94.2	101.8	78.9	81.7	56.1	59.1	46.4	59.4	60.9	60.9
20 20	22.9	68.9	50.8	79.8	47.0	88.8	107.9	106.8	108.0	124.7	160.0	119.7	107.1	85.6	77.7	89.2	62.6	59.1	59.1	53.5	62.5	52.5	53.7
21 0	22.9	30.6	46.2	56.5	49.6	69.3	67.0	80.5	108.0	120.7	103.3	97.2	76.6	54.2	50.4	69.7	47.4	49.0	45.0	52.5	41.0	52.5	73.4
21 40	114.6	46.0	27.7	33.3	94.0	106.1	80.0	108.4	121.3	122.0	84.4	83.0	76.6	74.7	40.9	50.2	58.5	32.0	36.0	45.4	36.9	49.3	37.6
22 20	45.9	30.6	37.0	53.2	73.1	82.3	111.7	146.2	121.3	85.4	65.5	80.6	68.7	46.6	40.9	41.0	45.4	39.0	51.1	36.3	47.1	44.1	37.6
23 0	22.9	61.3	69.3	33.3	86.2	95.3	109.8	85.4	139.1	85.4	50.4	68.7	57.5	54.2	63.0	28.7	42.4	39.0	26.0	38.3	36.9	50.4	53.7
23 40	22.9	91.9	55.4	36.6	83.6	90.9	96.8	113.4	124.2	82.7	55.4	59.2	45.1	53.1	26.2	41.0	45.4	38.0	32.0	28.3	35.9	43.0	41.2
	Σ_1 1490.1 Σ_2 1490.0	Σ_1 1700.5 Σ_2 1700.7	Σ_1 1589.6 Σ_2 1589.3	Σ_1 1566.6 Σ_2 1566.5	Σ_1 1825.1 Σ_2 1825.1	Σ_1 2078.5 Σ_2 2078.4	Σ_1 2272.6 Σ_2 2272.3	Σ_1 2390.2 Σ_2 2390.6	Σ_1 2507.0 Σ_2 2506.9	Σ_1 2531.0 Σ_2 2531.7	Σ_1 2378.6 Σ_2 2378.9	Σ_1 2175.2 Σ_2 2174.5	Σ_1 2000.3 Σ_2 2000.4	Σ_1 1838.1 Σ_2 1838.4	Σ_1 1667.8 Σ_2 1666.9	Σ_1 1715.3 Σ_2 1714.7	Σ_1 1778.8 Σ_2 1778.9	Σ_1 1689.3 Σ_2 1689.7	Σ_1 1754.7 Σ_2 1754.7	Σ_1 1794.1 Σ_2 1794.0	Σ_1 1871.6 Σ_2 1871.4	Σ_1 1917.6 Σ_2 1918.3	Σ_1 2020.2 Σ_2 2020.2

6. Anzahlen der Sterne $8^m.6$—$9^m.0$.

	+87°.5	+82°.5	+77°.5	+72°.5	+67°.5	+62°.5	+57°.5	+52°.5	+47°.5	+42°.5	+37°.5	+32°.5	+27°.5	+22°.5	+17°.5	+12°.5	+7°.5	+2°.5	−2°.5	−7°.5	−12°.5	−17°.5	−21°.5
$0^h\,20^m$	183.4	122.6	83.2	83.1	146.3	190.6	227.0	213.6	225.0	176.3	137.3	105.5	133.0	113.6	99.7	66.6	94.8	108.1	84.1	74.7	83.0	121.8	100.3
1 0	114.6	137.9	69.3	96.4	149.0	175.4	219.6	195.6	223.4	150.5	136.1	136.3	109.3	117.0	98.7	92.2	94.8	131.1	90.1	74.7	97.4	78.7	82.4
1 40	160.5	122.6	97.0	126.4	117.6	203.6	266.1	223.4	189.4	172.2	178.9	112.6	96.9	97.5	93.4	101.5	113.0	122.1	130.1	80.7	88.1	95.5	84.2
2 20	229.3	122.6	92.4	96.4	133.3	142.9	247.5	164.3	180.5	166.8	181.4	96.0	102.6	87.7	70.3	88.1	96.9	111.1	110.1	92.8	95.3	112.3	91.3
3 0	68.8	107.3	147.8	69.8	112.4	160.3	152.6	134.7	159.8	147.8	148.7	112.6	65.4	93.2	78.7	93.3	90.8	124.1	98.1	95.9	81.0	97.6	87.8
3 40	68.8	84.3	184.8	106.4	81.0	147.3	122.8	138.0	145.0	162.7	144.4	141.0	86.8	123.5	69.3	89.2	95.9	121.1	117.1	105.9	88.1	91.3	150.4
4 20	68.8	107.3	60.1	149.7	104.5	91.0	163.7	149.5	106.6	168.1	94.5	103.1	50.7	94.2	79.8	64.6	95.9	138.1	152.2	129.1	107.6	115.5	157.6
5 0	91.7	130.2	124.8	83.1	104.5	106.1	83.7	136.4	152.4	242.8	236.9	162.3	111.6	120.3	98.7	110.7	179.6	176.2	145.1	176.6	144.5	135.4	152.2
5 40	91.7	122.6	97.0	83.1	65.3	101.8	126.5	141.3	139.1	195.2	195.3	190.8	189.3	208.0	181.6	176.3	174.6	160.2	196.2	177.6	177.3	173.2	164.8
6 20	206.3	99.6	69.3	73.2	65.3	129.9	141.4	139.7	103.6	168.1	201.6	182.5	196.1	221.0	205.8	235.7	222.0	218.2	229.2	209.0	215.2	199.5	182.7
7 0	45.9	53.6	101.6	119.7	60.1	123.4	132.1	142.9	118.4	132.3	150.0	149.3	166.8	180.9	199.5	200.9	254.3	278.3	273.3	310.8	261.3	240.4	270.4
7 40	91.7	61.3	129.4	106.4	94.1	88.8	85.6	101.9	87.4	120.7	104.6	123.1	135.2	136.5	143.8	173.2	211.9	245.2	214.2	253.3	284.9	259.3	211.3
8 20	91.7	61.3	64.7	76.5	73.2	80.1	67.0	75.6	119.9	113.9	99.5	119.7	94.7	108.3	112.3	126.1	165.5	217.2	186.2	192.7	171.2	248.8	225.6
9 0	68.8	114.9	92.4	56.5	88.9	84.5	78.2	83.8	96.2	109.8	131.0	100.7	94.7	88.8	86.1	96.3	130.1	156.2	136.1	138.2	131.2	136.5	168.4
9 40	114.6	107.3	106.3	66.5	70.6	95.3	74.4	78.9	108.1	108.5	79.4	86.5	101.4	86.7	78.7	87.1	97.9	95.1	116.1	109.0	131.2	140.7	168.4
10 20	91.7	130.2	64.7	49.9	70.6	91.0	74.4	54.2	87.4	70.5	86.9	84.1	77.8	71.5	70.3	66.6	97.9	84.1	107.1	93.8	120.9	136.5	132.5
11 0	137.6	91.9	69.3	79.8	70.6	88.8	85.6	73.9	75.5	63.7	79.4	69.9	75.5	72.6	60.9	81.0	80.7	87.1	98.1	107.0	106.6	122.8	114.6
11 40	137.6	161.9	87.8	79.8	86.2	69.3	67.0	70.6	81.4	93.6	51.7	62.8	57.5	80.2	64.0	96.3	79.7	82.1	75.1	87.8	88.1	103.8	103.9
12 20	68.8	61.3	110.9	53.2	67.9	54.1	81.9	65.7	84.4	90.9	75.6	67.5	72.1	67.2	64.0	95.3	80.7	91.1	73.1	94.8	82.0	95.5	116.4
13 0	229.3	107.3	106.3	76.5	70.6	58.5	94.9	80.5	80.0	70.5	94.5	60.4	84.5	70.4	67.2	73.8	84.8	72.1	95.1	95.9	78.9	96.6	84.2
13 40	252.2	99.6	32.3	59.9	115.0	91.0	68.9	78.9	65.1	84.1	104.6	71.1	59.7	82.3	64.0	69.7	91.8	84.1	88.1	102.9	95.3	105.0	120.0
14 20	114.6	114.9	55.4	56.5	62.7	69.3	81.9	87.1	82.9	105.8	92.0	91.2	86.7	81.2	92.4	73.8	81.7	97.1	91.1	89.8	105.6	100.8	75.2
15 0	114.6	107.3	78.3	96.4	112.4	78.0	63.3	92.0	91.6	89.5	74.3	88.9	62.0	74.7	68.2	76.9	75.7	83.1	87.1	100.9	94.3	111.3	94.9
15 40	114.6	76.6	73.9	136.4	109.7	78.0	72.6	78.9	127.3	81.4	100.8	84.1	94.7	89.9	100.8	84.0	102.9	69.1	77.1	115.0	103.5	111.3	102.1
16 20	91.7	99.6	129.4	106.4	122.8	82.3	98.6	85.4	125.8	92.2	100.8	90.1	74.4	83.4	97.6	109.7	123.1	97.1	84.1	79.7	110.7	78.7	84.2
17 0	45.9	99.6	87.8	76.5	91.5	78.0	91.2	100.2	146.6	123.4	114.7	125.6	120.6	113.7	101.8	99.4	99.9	110.1	67.1	66.6	105.6	157.5	136.1
17 40	45.9	114.9	101.6	86.5	115.0	91.0	87.5	126.5	151.0	154.5	205.4	116.1	157.8	161.4	142.8	140.4	169.5	148.1	90.1	99.9	128.1	163.8	168.3
18 20	91.7	130.2	120.2	109.7	117.6	119.1	139.6	154.4	147.9	214.2	211.7	158.8	147.6	170.1	179.5	158.9	213.9	136.1	108.1	139.2	160.9	216.3	197.0
19 0	114.6	84.3	55.4	103.1	143.7	197.1	174.9	197.2	201.2	231.9	238.1	260.7	223.1	151.7	193.2	165.0	166.5	151.2	142.1	191.7	209.1	207.9	197.0
19 40	183.4	76.6	92.4	123.1	120.2	186.3	238.2	230.0	235.2	260.3	318.8	277.3	251.1	223.2	212.1	217.3	209.9	157.2	139.1	157.4	142.5	168.0	141.5
20 20	137.6	84.3	115.6	69.8	99.3	145.1	169.3	246.5	251.6	295.6	365.4	257.2	242.3	247.0	168.0	181.4	204.8	161.2	162.2	149.3	117.9	136.5	152.2
21 0	91.7	68.9	92.4	56.5	130.6	175.4	180.7	184.0	285.6	250.9	255.8	221.6	162.3	153.8	169.0	171.2	148.3	130.1	113.1	87.8	134.3	94.5	136.1
21 40	68.8	84.3	64.7	73.2	201.2	175.4	241.9	223.4	300.4	257.6	178.9	173.1	180.3	135.4	127.0	109.7	147.3	122.1	113.1	90.8	103.5	86.1	103.9
22 20	114.6	68.9	106.3	126.4	143.7	136.4	197.3	279.3	263.4	227.8	191.5	163.5	175.8	106.2	118.6	100.4	107.0	113.1	99.1	90.8	103.5	101.8	121.8
23 0	22.9	107.3	115.6	106.4	141.1	188.4	212.1	228.4	251.6	174.9	138.6	124.4	127.4	111.6	110.2	83.0	99.9	100.1	92.1	99.9	91.2	108.1	78.8
23 40	137.6	114.9	115.6	123.1	143.7	212.2	193.5	274.4	294.0	154.6	121.0	163.5	117.2	105.1	85.0	88.1	93.8	102.1	99.1	84.8	82.0	80.7	102.1
	Σ_1 4104.0 Σ_2 4103.6	Σ_1 3640.2 Σ_2 3639.1	Σ_1 3396.0 Σ_2 3395.8	Σ_1 3242.3 Σ_2 3242.4	Σ_1 3802.2 Σ_2 3802.1	Σ_1 4385.7 Σ_2 4385.5	Σ_1 4903.5 Σ_2 4904.1	Σ_1 5131.1 Σ_2 5131.1	Σ_1 5583.9 Σ_2 5584.0	Σ_1 5523.6 Σ_2 5524.3	Σ_1 5420.1 Σ_2 5420.5	Σ_1 4733.9 Σ_2 4734.1	Σ_1 4384.9 Σ_2 4385.2	Σ_1 4329.8 Σ_2 4330.1	Σ_1 4053.0 Σ_2 4051.2	Σ_1 4143.7 Σ_2 4144.7	Σ_1 4677.8 Σ_2 4678.0	Σ_1 4680.7 Σ_2 4680.7	Σ_1 4379.4 Σ_2 4379.4	Σ_1 4446.8 Σ_2 4446.7	Σ_1 4521.8 Σ_2 4522.3	Σ_1 4831.0 Σ_2 4831.0	Σ_1 4860.6 Σ_2 4860.8

7. Anzahlen der Sterne $9^m.1$—$9^m.5$.

	+87.5	+82.5	+77.5	+72.5	+67.5	+62.5	+57.5	+52.5	+47.5	+42.5	+37.5	+32.5	+27.5	+22.5	+17.5	+12.5	+7.5	+2.5
$0^h 20^m$	710.6	490.3	443.5	475.6	537.9	965.6	785.3	823.1	1062.6	745.8	596.0	484.7	475.6	372.6	373.4	368.6	363.2	399
1 0	596.2	513.3	355.7	478.9	506.5	779.4	962.1	926.7	956.1	636.0	653.9	461.0	435.0	341.1	333.6	345.1	343.1	364
1 40	527.4	528.6	337.3	475.6	459.5	1008.9	1094.3	1025.2	908.7	579.0	636.3	507.2	423.8	324.9	316.8	397.3	339.0	348
2 20	481.5	513.3	332.6	372.5	407.3	684.1	1085.0	767.3	720.8	728.2	626.2	501.3	388.8	336.8	382.9	380.9	315.8	320
3 0	343.9	612.8	351.1	319.3	352.5	604.0	532.2	511.0	670.4	699.7	583.4	489.4	333.5	352.0	433.2	290.8	286.6	330
3 40	435.7	612.8	341.9	329.2	349.9	504.4	457.8	545.5	572.8	659.0	481.3	431.3	449.7	474.4	434.3	307.2	329.9	303
4 20	504.4	551.6	406.5	365.8	331.6	385.3	418.7	583.3	560.9	791.9	434.7	386.3	258.1	407.2	391.3	308.2	454.0	399
5 0	366.9	528.6	318.8	329.2	305.5	342.1	329.4	484.7	571.3	1052.3	1037.0	675.5	397.8	636.8	541.3	604.2	653.8	748
5 40	504.4	582.2	355.7	342.6	297.7	370.2	329.4	420.6	429.2	850.2	947.5	892.3	1023.3	1197.7	950.4	852.0	800.1	741
6 20	573.2	574.6	318.8	312.6	268.9	307.4	344.3	417.3	476.6	722.7	754.7	817.6	1067.3	1173.9	998.6	1009.7	1100.8	1091
7 0	596.2	482.6	429.7	309.3	255.9	326.9	374.1	386.1	398.1	511.2	659.0	639.9	759.6	930.3	878.0	1004.5	972.7	1077
7 40	710.6	543.9	337.3	329.2	253.3	339.9	295.9	346.7	411.4	459.7	504.0	528.5	669.5	707.2	762.6	630.8	673.0	673
8 20	550.3	597.6	337.3	359.2	274.2	298.8	303.3	310.5	336.0	419.0	404.5	497.7	480.1	563.1	692.3	530.4	516.6	500
9 0	642.0	589.9	351.1	269.3	308.1	257.6	255.0	289.2	356.7	359.4	336.2	398.2	358.4	389.9	566.5	453.6	389.5	437
9 40	366.9	597.6	318.8	272.7	250.7	244.6	234.5	295.7	343.4	326.8	292.3	383.9	344.9	379.1	383.9	418.8	359.2	316
10 20	481.5	620.5	304.9	232.8	271.5	266.3	243.8	262.9	310.8	269.8	302.4	341.3	334.7	328.1	303.2	376.8	361.2	263
11 0	619.1	444.3	328.0	242.8	195.8	240.3	230.8	243.2	276.8	291.5	241.9	323.5	304.3	320.6	325.2	305.2	323.9	268
11 40	435.7	367.7	360.4	239.5	219.3	242.5	217.7	282.6	253.1	284.8	234.4	279.7	323.4	241.5	273.8	263.2	275.5	325
12 20	458.6	467.3	309.5	262.8	219.3	257.6	225.2	277 7	259.0	241.4	265.9	289.1	266.0	238.2	338.8	245.8	261.3	276
13 0	343.9	536.3	318.8	289.3	211.5	259.8	236.4	272.7	251.6	278.0	291.1	322.3	276.1	268.6	272.7	255.0	254.3	268
13 40	504.4	559.3	254.1	269.4	232.4	268.5	299.6	266.2	263.4	231.9	269.6	324.7	287.4	293.5	321.0	250.9	347.1	269
14 20	619.1	528.6	328.0	276.1	284.6	277.1	245.7	261.2	262.0	268.5	321.3	308.1	299.8	311.9	323.1	334.9	341.0	289
15 0	458.6	543.9	351.1	272.7	255.9	305.3	286.6	221.8	263.4	280.5	291.1	327.1	299.8	319.5	342.0	340.0	399.6	364
15 40	642.0	513.3	314.2	286.0	253.3	326.9	305.2	297.4	318.2	302.4	322.6	366.2	369.7	329.2	314.7	407.6	439.9	339
16 20	412.7	574.6	351.1	375.8	258.5	313.9	353.6	313.8	327.1	330.9	378.0	440.8	418.1	361.7	395.5	456.7	486.3	515
17 0	619.1	589.9	351.1	342.6	347.3	344.2	388.9	305.6	361.1	366.1	376.7	487.0	499.3	511.1	569.6	524.3	467.2	520
17 40	481.5	635.8	420.4	375.8	394.3	361.6	439.2	469.9	479.5	629.2	618.7	583.0	624.4	559.9	716.5	598.0	670.0	597
18 20	779.6	490.3	332.6	439.0	362.9	300.9	351.7	652.3	559.4	774.3	924.8	728.8	672.8	884.8	952.5	953.4	1161.4	769
19 0	665.0	635.8	466.6	345.9	477.8	443.8	524.8	704.8	624.6	846.1	1181.9	993.0	955.7	845.8	935.7	995.3	843.5	800
19 40	504.4	628.2	457.4	402.4	535.3	608.4	779.8	913.5	774.0	1234.0	1398.6	1308.2	1012.0	982.3	1007.0	1048.6	1049.4	832
20 20	642.0	666.5	513.2	316.0	430.8	435.2	777.9	895.4	923.5	1182.4	1289.0	1123.4	977.1	1021.3	785.7	839.7	700.2	590
21 0	527.4	620.5	425.0	349.2	587.5	491.5	506.2	713.1	1068.6	1084.8	1271.3	1051.1	811.4	737.5	649.3	647.2	574.1	409
21 40	573.3	658.8	388.1	369.2	642.3	578.1	642.0	987.4	1336.4	985.8	845.5	719.3	690.8	516.6	488.8	515.1	457.1	348
22 20	504.4	620.5	471.2	478.9	605.8	649.5	755.6	1174.7	1201.8	904.4	779.9	673.1	569.1	556.6	502.5	502.8	423.8	282
23 0	642.0	674.1	457.4	495.6	522.2	736.1	908.2	971.0	1041.9	809.5	674.1	557.0	551.1	431.1	351.4	464.9	372.3	267
23 40	527.4	735.5	448.1	395.8	605.8	922.3	759.3	829.7	1013.8	733.6	502.7	508.4	507.1	365.0	443.7	319.5	321.9	274
	Σ_1 19351.9 Σ_2 19352.9	Σ_1 20431.4 Σ_2 20431.9	Σ_1 13287.5 Σ_2 13287.1	Σ_1 12398.6 Σ_2 12399.3	Σ_1 13073.6 Σ_2 13073.3	Σ_1 16049.0 Σ_2 16049.1	Σ_1 17219.5 Σ_2 17279.4	Σ_1 19449.8 Σ_2 19449.8	Σ_1 20945.0 Σ_2 20945.0	Σ_1 21870.8 Σ_2 21870.9	Σ_1 21728.5 Σ_2 21728.7	Σ_1 20149.8 Σ_2 20149.7	Σ_1 18915.5 Σ_2 18915.6	Σ_1 19011.8 Σ_2 19012.3	Σ_1 19051.8 Σ_2 19051.9	Σ_1 18547.0 Σ_2 18546.7	Σ_1 18428.3 Σ_2 18428.4	Σ_1 16924.9 Σ_2 16924.9

Für die Sterne Pickerings hat Schiaparelli das Verfahren beobachtet, die Sterndichten in ganzen und halben Zahlen anzugeben unter der Voraussetzung, dass die mittlere Dichtigkeit über den ganzen Himmel gleich 10 gesetzt wird. Da nun der Himmel 41253.0 Quadratgrade enthält, so ist der Reductionsfactor mit dem Schiaparelli's Zahlen multiplicirt werden müssen, um auf den Flächeninhalt von 49.984 Quadratgraden gebracht zu werden $= N \cdot \frac{49.984}{412530}$, wo N die Zahl der Sterne der betreffenden Grössenklasse überhaupt ist. Mit Gould's Sternen des südlichen Himmels finden sich nun im Ganzen für die Klassen

	5.00—5.99 P.	4.00—4.99 P.	3.00—3.99 P.	2.00—2.99 P.
Anzahlen der Sterne Schiaparelli's	2789	999	299	103
log des Reductionsfactors	9.5288	9.0830	8.5591	8.0962

Es wurde nun ähnlich, wie dies Schiaparelli für die helleren Sterne gethan, auch bei den schwächeren in jedes Trapez das Mittel aus den 9 Trapezen, von denen es die Mitte hält, geschrieben, weil auf diese Weise der Zahlenwerth nur um Grössen zweiter Ordnung verfälscht erscheint, die zufälligen den einzelnen Angaben anhaftenden Fehler aber sich eher aufheben. Unter zufälligen Fehlern wird hier dreierlei begriffen, 1) dass durch einen Fehler im Abschätzen der Grössenklasse ein Stern in die Klasse gekommen, der nicht hinein gehört, oder ein Stern, der hineingehört, fehlt; 2) dass an dem betreffenden Orte im Raume thatsächlich mehr oder weniger Sterne stehen, als nach dem Vertheilungsgesetz sollten, denn geringe Ausnahmen von den gesetzlichen Werthen müssen immer zugelassen werden; 3) dass Sterne, die dort im Raume stehen, in Folge abweichender Leuchtkraft in einer anderen Klasse behandelt werden, und dass Sterne, die nicht an dem betreffenden Orte stehen, sondern in gleicher Richtung aber näher oder weiter, in Folge ihrer von den übrigen Sternen ihrer Entfernung verschiedenen Leuchtkraft in dieser Klasse mitgenommen werden. Durch diese Mittelnahme wird nun zwar der Werth des Maximums, weil ja dessen erste Differentialquotienten nach beiden Seiten verschiedenes Vorzeichen haben, verfälscht nämlich vermindert, nicht aber dessen Ort, auf den es zunächst hauptsächlich ankommt. Für die Sterne zwischen —20° und —23°, für welche übrigens der Reductionsfactor auf 49.984 Grad 1.791 war, wurde immer das Mittel aus je drei unter einander stehenden Sternzahlen genommen, die mittlere Declination der sonst in $-17\frac{1}{2}°$, als der Mitte von —15° und —20°, stehenden Sterne wird nach der Bildung der Neunermittel $-17\frac{1}{6}°$. So entstehen die folgenden Tafeln der mittleren Sterndichten für die Sterne 6.00 P. —9.5 B. D.

[Diese Tafeln folgen p. 244—250, hier wird, um nicht abbrechen zu müssen, mit dem Text fortgefahren.]

Der beabsichtigte Gang der Untersuchung war nun der folgende: Aus den Zahlen der einzelnen Declinations- und Rectascensionscolonnen waren die Orte grösster Dichtigkeit graphisch zu ermitteln. Da die Sternzahlen nur bis —23° bekannt sind, so werden die Stundenkreise nur ein, die Declinationskreise aber nahe dem Aequator zwei Maxima aufweisen, näher dem Pole nur je eines. Von diesen letzteren darf aber nur das des jeweils südlichsten Declinationskreises mitgenommen werden, da die nördlicheren Declinationskreise ja auch je ein Maximum aufweisen, aber nur an der Stelle, wo sie der Milchstrasse am nächsten kommen. Dreht man die Stundenkreise von 0^h einerseits nach 6^h, andrerseits nach 18^h hin, so werden sie unter immer spitzeren Winkeln den Kreis der Hauptebene, welchen die Kugel ausschneidet, treffen und immer schwieriger wird dort der Ort des Maximums festzulegen sein. Zwischen 6^h und 18^h aber sind überhaupt keine Schnittpunkte mehr vorhanden, diese fallen vielmehr auf die südliche Hemisphäre. Um der eben erwähnten Unsicherheit der Schnittstellen bei gewissen Rectascensionskreisen zu begegnen und um festzustellen, welche Maxima der nördlicheren Declinationskreise noch mitzunehmen seien, um überhaupt etwaige Singularitäten von Sterndichten zu beseitigen, wurden nun die gefundenen Punkte grösster Dichtigkeit auf rechtwinklig getheiltem Coordinatenpapier eingetragen, das als der abgerollte Mantel eines die Kugel im Aequator berührenden Cylinders betrachtet wurde. Bei dieser Projection gehen die Rectascensionskreise in geradlinige äquidistante Senkrechte, die Declinationskreise in Parallelen zur Abscissenaxe über und es gehört zur Declination δ eine lineare Ordinate $= \frac{180}{\pi} \operatorname{tg} \delta$. Die einzelnen Punkte stellen dann eine transscendente Curve dar und es wurden hierauf die aus der Reihe der übrigen stark abweichenden ausgeschlossen.

Tafeln der mittleren Sterndichten der Sterne der B. D. und S. D. von $6^m.0$—$9^m.5$.

1. Anzahlen der Sterne $6^m.00$ Pickering's bis $6^m.5$ B. D.

	+87°.5	+82°.5	+77°.5	+72°.5	+67°.5	+62°.5	+57°.5	+52°.5	+47°.5	+42°.5	+37°.5	+32°.5	+27°.5	+22°.5	+17°.5	+12°.5	+7°.5	+2°.5	−2°.5	−7°.5	−12°.5	−17°.5	−21°.5
$0^h\,20^m$	11.9	5.8	9.5	9.8	8.6	7.0	7.2	7.4	8.2	8.2	6.6	5.2	5.3	5.1	4.3	3.5	2.8	3.3	3.6	4.3	4.3	4.3	4..
1 0	8.5	6.5	9.8	10.4	7.4	6.2	6.4	6.0	5.7	5.8	4.8	4.4	4.8	4.5	4.2	2.7	2.5	2.7	3.3	3.9	3.4	3.4	3..
1 40	0.0	4.1	7.4	8.6	7.1	6.2	7.7	7.7	6.8	6.2	4.9	4.8	4.4	4.0	3.6	2.5	2.2	2.4	2.8	3.1	2.9	2.5	1..
2 20	2.5	4.1	4.5	6.0	7.1	6.8	7.7	7.0	5.6	4.9	4.6	5.0	4.4	4.0	3.3	2.4	1.4	1.3	1.9	3.3	3.3	3.1	1..
3 0	2.5	3.1	4.2	6.5	7.7	6.5	7.6	8.4	7.6	5.8	5.7	4.9	4.2	3.6	3.6	2.9	1.4	1.2	2.1	3.6	4.1	4.2	3..
3 40	2.5	3.6	4.7	6.5	6.9	4.8	4.9	5.3	5.7	6.0	6.7	5.5	4.5	4.9	5.1	4.4	1.9	1.6	2.3	3.6	4.0	4.9	6..
4 20	5.1	6.6	5.6	7.1	6.0	4.0	4.4	5.5	5.3	6.0	6.3	5.8	4.4	5.7	5.5	4.6	1.9	2.4	2.9	3.7	3.4	4.4	5..
5 0	5.1	6.6	3.8	4.6	3.8	3.9	4.5	5.7	4.9	6.0	5.9	6.1	4.6	5.5	5.0	4.5	2.6	2.8	3.5	3.9	3.9	3.8	3..
5 40	5.1	7.7	5.2	5.7	4.4	4.0	5.3	6.4	4.7	5.3	4.7	5.6	3.9	4.4	4.1	3.7	2.4	2.8	4.5	5.1	5.3	3.8	1..
6 20	0.9	2.9	5.1	4.9	4.2	3.7	4.7	5.4	4.5	5.4	5.0	5.9	3.9	3.6	3.2	3.2	2.6	2.6	4.9	5.7	6.4	4.4	3..
7 0	4.2	5.8	8.0	4.3	3.8	3.0	3.5	3.9	3.3	4.7	4.6	4.8	3.6	4.0	4.3	3.5	2.7	2.3	4.5	5.2	6.3	4.8	3..
7 40	6.8	5.8	8.0	5.2	4.2	3.0	2.4	3.6	3.9	5.2	4.5	4.3	3.4	3.5	3.7	2.7	2.3	2.0	4.6	5.3	6.0	4.3	3..
8 20	6.8	6.3	8.9	5.8	4.2	3.3	3.0	3.9	3.3	4.2	4.2	4.0	4.0	4.0	4.1	2.7	1.9	1.7	3.1	3.6	4.8	4.3	3..
9 0	4.2	4.3	7.2	7.0	5.4	3.4	2.7	2.9	2.8	3.6	4.3	4.6	4.3	3.5	2.9	2.1	1.6	1.9	3.1	3.9	4.2	3.9	4..
9 40	6.0	4.4	7.0	4.5	4.9	3.8	4.2	3.7	3.2	3.4	4.3	4.7	4.6	3.5	2.5	1.8	1.7	2.2	2.7	3.7	4.2	4.4	4..
10 20	5.1	4.1	6.7	6.2	6.3	4.5	4.7	3.8	4.4	3.4	3.9	3.7	3.5	2.7	2.1	1.5	1.9	2.2	3.1	3.9	4.4	4.3	3..
11 0	8.5	7.5	7.2	5.5	5.9	4.7	5.0	4.5	5.5	5.0	4.6	3.7	3.2	2.8	2.0	1.4	1.3	1.9	3.1	3.9	4.6	3.9	2..
11 40	11.9	13.4	5.5	5.8	6.7	5.7	5.7	4.2	4.8	4.2	3.9	3.8	3.4	3.6	2.4	1.6	1.7	1.9	3.1	3.5	4.1	3.6	3..
12 20	14.4	15.5	6.8	3.9	5.8	5.4	5.0	3.9	4.6	5.1	4.1	4.2	4.0	4.6	3.5	2.3	1.5	1.6	2.9	3.4	3.6	3.2	3..
13 0	11.1	13.6	7.5	6.1	6.2	5.7	5.7	4.4	5.4	5.2	5.0	4.3	4.2	4.2	3.5	2.3	1.7	2.1	3.0	3.4	3.3	2.9	3..
13 40	4.3	6.8	7.6	5.0	5.0	5.6	5.3	4.4	5.3	5.7	5.7	3.8	3.9	3.6	3.5	2.3	1.3	1.7	3.4	4.3	3.9	2.9	3..
14 20	4.3	4.2	5.0	5.3	4.4	5.4	4.8	4.8	5.5	5.7	5.5	3.6	3.5	3.0	3.2	2.4	2.1	2.7	3.8	4.5	4.3	3.5	3..
15 0	3.4	1.9	2.3	3.1	4.3	6.0	6.2	5.6	5.0	4.5	4.0	3.1	3.1	3.6	4.0	3.1	2.2	2.1	3.1	3.6	4.0	3.8	4..
15 40	2.5	1.5	2.6	4.7	5.3	5.4	5.8	5.3	5.5	4.4	3.4	3.7	3.7	4.5	3.7	3.1	2.2	2.3	2.3	2.7	3.1	3.6	3..
16 20	5.1	3.1	4.6	6.3	6.1	6.3	7.0	5.8	6.0	4.3	3.0	3.2	4.0	5.9	5.1	4.3	2.4	2.2	2.2	3.0	3.7	4.7	5..
17 0	5.1	3.1	4.6	6.6	5.7	5.8	5.5	6.2	6.8	6.5	4.8	4.5	4.9	6.4	6.3	5.5	3.4	3.2	3.3	4.5	4.3	5.8	6..
17 40	5.1	3.1	4.2	6.5	5.1	5.9	5.4	7.5	8.3	8.0	5.7	4.2	4.2	6.4	7.9	7.1	4.1	3.2	4.0	5.1	4.9	6.0	7..
18 20	2.6	5.1	5.9	5.3	4.4	5.4	5.7	8.0	9.3	9.5	7.5	5.5	4.7	6.4	8.3	7.3	4.6	3.7	4.2	4.7	4.3	5.1	6..
19 0	3.4	6.0	7.1	5.4	5.2	7.7	8.3	9.2	8.5	8.7	7.1	5.5	4.9	6.3	7.7	6.6	4.2	2.7	3.3	4.2	4.4	4.5	4..
19 40	6.8	9.9	8.4	5.9	6.0	9.0	10.6	10.4	10.0	9.5	8.7	6.3	5.8	6.8	8.4	7.2	4.9	2.8	2.6	3.7	4.3	4.9	4..
20 20	6.8	9.4	7.6	5.6	6.2	10.6	12.5	12.3	10.9	10.1	9.0	6.6	5.3	6.0	7.0	6.4	4.6	2.8	2.6	3.7	4.9	4.9	3..
21 0	6.0	10.1	8.6	7.8	7.3	8.9	11.4	11.9	13.1	11.0	8.2	5.4	4.9	6.1	7.0	6.4	4.6	3.3	2.7	3.3	4.0	4.1	3..
21 40	5.1	8.2	7.1	7.2	8.2	9.4	11.4	11.0	10.8	9.8	7.4	6.1	4.6	5.4	5.4	4.6	3.2	2.7	2.7	2.8	3.6	3.1	2..
22 20	3.4	5.5	4.4	5.6	8.8	9.8	11.0	9.2	9.5	9.1	7.6	6.2	5.2	5.0	4.8	3.3	1.9	1.7	2.3	2.9	3.4	3.5	3..
23 0	6.8	4.3	4.3	4.3	9.6	10.3	11.2	8.5	8.2	9.2	8.5	7.4	5.7	5.7	4.2	3.1	1.5	1.9	2.3	3.2	4.3	4.4	3..
23 40	12.8	4.1	6.7	6.2	8.7	9.2	9.4	7.8	7.8	8.0	7.5	6.1	5.9	5.4	4.2	3.1	1.8	2.5	2.6	3.8	4.6	5.5	6..
Σ_1	206.6	218.0	223.6	215.2	216.9	216.3	233.8	231.5	230.7	227.4	202.2	176.5	156.9	168.2	163.6	132.1	89.0	84.4	112.4	140.0	152.5	148.7	142..
Σ_2	206.6	217.9	223.5	215.5	217.2	216.5	233.8	231.6	231.0	227.8	202.1	176.8	156.8	167.7	163.8	132.1	88.7	84.4	112.7	140.1	152.6	148.3	142..

2. Anzahlen der Sterne $6^m.6 - 7^m.0$.

	+87°.5	+82°.5	+77°.5	+72°.5	+67°.5	+62°.5	+57°.5	+52°.5	+47°.5	+42°.5	+37°.5	+32°.5	+27°.5	+22°.5	+17°.5	+12°.5	+7°.5	+2°.5	−2°.5	−7°.5	−12°.5	−17 1/6°	−21°.5
$0^h 20^m$	7.6	6.7	13.3	17.0	18.5	16.6	16.0	17.8	18.8	16.8	13.2	9.3	9.2	7.1	6.7	5.0	4.6	5.5	5.6	6.4	6.4	7.0	7.2
1 0	12.7	9.2	14.8	14.9	14.9	14.3	15.1	17.7	17.7	16.1	12.5	9.4	7.3	5.9	5.5	5.5	5.2	6.0	5.8	6.6	7.2	7.6	7.2
1 40	12.7	8.7	12.8	12.3	14.0	18.0	19.9	20.9	16.9	15.2	11.9	9.7	7.0	5.7	5.4	5.1	4.6	4.8	5.3	6.5	7.3	7.6	8.4
2 20	11.0	7.5	10.8	11.2	13.4	17.7	19.9	18.9	15.2	15.5	12.6	10.5	6.4	6.4	6.1	5.7	3.9	4.2	5.0	6.6	7.3	8.1	10.2
3 0	6.0	4.4	8.5	10.8	13.8	18.0	19.9	18.0	12.9	14.3	12.9	12.0	8.5	7.8	7.3	5.8	4.4	4.3	5.3	7.0	8.1	9.7	11.9
3 40	6.0	5.0	8.3	10.3	11.5	12.3	14.4	13.3	13.9	15.2	14.0	11.5	8.5	8.0	8.3	7.3	5.7	4.8	4.9	6.5	8.2	9.3	10.8
4 20	6.0	8.0	8.1	11.0	11.9	12.6	11.9	10.7	12.2	14.0	13.9	11.5	9.4	7.7	7.7	7.5	6.5	5.6	5.6	6.8	8.8	9.2	9.0
5 0	5.1	8.7	6.9	11.6	13.3	12.4	11.1	10.0	13.1	14.5	15.1	12.8	10.4	8.1	7.3	6.9	5.6	5.5	7.4	8.6	9.1	8.2	8.4
5 40	6.0	8.5	6.8	10.5	12.3	13.0	10.4	10.0	11.8	15.3	16.6	14.5	11.9	9.4	8.6	7.4	6.9	6.9	9.2	10.0	9.2	9.0	11.3
6 20	9.3	10.9	8.4	10.2	9.0	10.3	9.9	10.8	12.3	14.9	15.6	14.2	11.6	9.9	9.1	8.0	7.4	7.2	9.4	10.0	9.7	10.7	15.5
7 0	6.8	8.8	7.8	9.3	7.3	9.6	8.8	9.4	10.6	14.0	14.0	11.5	9.4	9.3	9.5	8.3	7.4	7.2	8.1	9.2	10.0	11.0	13.1
7 40	8.5	12.1	13.3	13.0	9.8	8.3	7.9	8.1	8.9	9.9	10.2	9.5	8.9	7.9	7.3	6.1	5.1	6.3	7.8	10.1	11.2	12.1	13.1
8 20	3.4	7.5	12.0	11.2	9.0	7.6	7.8	7.9	7.4	8.6	9.5	9.2	8.3	8.5	7.3	5.7	3.7	5.7	7.4	10.7	11.1	11.5	10.8
9 0	6.0	8.6	12.5	11.5	8.8	7.4	8.4	8.3	7.9	7.9	8.5	8.8	7.8	7.6	6.6	5.5	3.7	5.1	7.1	10.1	10.5	10.5	10.2
9 40	4.3	6.3	8.9	9.0	6.5	6.4	8.5	8.5	8.8	8.2	8.1	7.9	6.9	7.7	6.3	5.3	3.7	5.1	6.6	9.1	9.5	10.1	9.6
10 20	4.3	5.8	8.1	8.7	7.2	7.2	8.0	8.2	8.5	8.3	7.9	7.7	7.3	6.7	6.1	4.4	3.8	4.2	5.6	7.9	8.6	9.3	9.0
11 0	4.3	6.8	6.5	9.1	9.5	9.3	7.1	7.1	7.7	7.6	7.2	7.2	7.9	7.3	6.3	4.1	3.6	4.0	5.6	7.3	7.6	8.3	8.4
11 40	6.8	9.9	9.9	10.6	10.7	9.9	6.1	5.8	6.8	8.2	8.0	7.8	7.7	7.0	6.1	4.2	2.8	3.4	5.1	7.0	7.3	6.5	4.2
12 20	9.3	12.4	10.3	11.0	10.8	9.5	5.5	4.9	6.4	8.5	8.6	7.9	7.5	7.3	5.9	3.9	2.6	3.8	5.6	7.6	8.1	7.4	5.4
13 0	12.8	17.9	13.2	11.0	8.0	7.1	5.7	5.3	6.1	8.3	8.3	8.0	6.3	7.0	6.1	5.4	3.7	4.1	5.4	7.9	8.8	8.7	7.2
13 40	10.2	14.3	8.5	9.4	7.0	7.4	6.9	7.2	7.6	8.5	8.1	7.9	5.8	6.5	6.2	5.6	5.1	4.7	6.4	7.8	8.3	8.3	8.4
14 20	11.1	14.6	9.3	9.0	8.3	8.6	9.1	8.4	8.8	8.0	7.0	6.9	5.8	6.1	6.3	5.7	5.3	4.6	6.0	7.5	8.0	7.1	5.4
15 0	10.2	11.7	8.9	7.8	8.7	8.9	8.7	10.1	10.5	9.3	7.2	6.1	5.4	5.4	6.3	5.1	4.9	4.3	6.4	7.6	8.2	7.6	6.6
15 40	9.3	10.4	8.2	7.2	9.5	8.8	8.9	9.5	10.0	9.2	7.2	5.7	5.6	5.9	7.2	6.3	5.5	5.0	6.7	7.9	8.3	8.1	8.9
16 20	8.5	10.1	10.5	10.0	8.8	8.5	9.0	10.4	10.9	10.1	7.9	6.1	5.3	6.2	7.3	7.7	6.7	6.4	7.5	8.2	8.6	9.6	12.5
17 0	6.8	7.9	11.9	12.8	10.8	9.2	9.9	9.5	10.4	10.3	9.8	8.4	6.4	6.8	7.1	9.2	8.3	8.3	7.7	7.2	8.2	9.2	11.3
17 40	6.8	7.9	12.3	14.1	12.0	10.1	10.4	10.4	13.3	13.0	12.1	9.4	7.1	7.2	8.1	10.1	10.1	8.6	8.1	8.1	10.2	10.0	8.4
18 20	9.3	7.3	8.5	10.8	12.1	11.3	10.1	10.6	14.6	17.0	16.3	12.6	9.5	9.8	11.1	12.6	11.7	9.1	9.5	9.0	11.1	9.7	7.8
19 0	5.9	5.4	5.9	8.2	10.5	11.2	10.4	11.7	15.9	20.2	19.7	16.3	13.5	13.7	14.9	14.3	12.5	9.1	10.1	9.8	11.1	9.5	7.8
19 40	9.3	8.8	9.6	8.6	10.9	12.3	10.1	12.6	15.8	21.0	21.7	17.9	14.6	15.5	16.2	15.0	10.9	8.9	9.8	9.4	10.0	8.9	9.0
20 20	5.1	9.2	12.5	12.4	12.6	14.2	14.4	16.1	19.0	20.6	20.5	16.6	13.9	13.9	13.7	12.6	9.2	9.1	9.6	9.5	8.9	8.7	9.6
21 0	7.6	12.3	13.4	15.9	16.5	18.0	16.3	16.8	19.3	17.8	18.0	12.8	12.9	11.5	11.8	9.3	6.5	6.9	7.9	9.0	9.0	8.5	7.2
21 40	6.8	12.5	13.2	16.2	16.3	18.6	16.1	17.1	18.4	16.6	15.4	11.7	12.6	10.3	9.7	7.2	5.6	5.2	6.5	8.0	8.7	8.1	6.0
22 20	5.1	8.7	9.9	12.5	18.0	20.3	18.4	14.7	14.1	13.8	13.5	11.1	12.5	10.1	9.6	6.1	4.8	3.7	5.7	7.1	8.8	7.0	3.1
23 0	6.0	7.0	11.1	11.7	17.5	19.0	18.6	15.6	16.1	15.9	13.4	10.6	10.8	9.4	8.2	5.5	4.4	4.1	5.8	7.0	7.4	6.5	5.4
23 40	3.4	4.5	9.6	13.4	19.0	19.4	18.7	16.2	15.9	15.9	13.3	10.2	9.8	8.7	7.4	5.3	4.0	5.2	6.3	7.2	7.1	7.2	7.2
Σ_1	270.3	326.3	364.5	404.2	418.9	433.3	419.8	418.5	444.5	468.5	439.7	371.2	319.7	299.3	290.6	254.7	210.4	206.9	247.8	292.2	315.9	315.8	315.3
Σ_2	270.3	326.4	364.6	404.1	418.5	433.3	419.6	418.5	444.7	468.6	439.6	371.5	319.8	299.3	290.5	254.7	210.7	207.2	247.7	292.0	315.7	315.8	315.5

3. Anzahlen der Sterne $7^m.1$—$7^m.5$.

	+87°.5	+82°.5	+77°.5	+72°.5	+67°.5	+62°.5	+57°.5	+52°.5	+47°.5	+42°.5	+37°.5	+32°.5	+27°.5	+22°.5	+17°.5	+12°.5	+7°.5	+2°.5	−2°.5	−7°.5	−12°.5	−17 1/6°	−21°.5
$0^h\ 20^m$	12.7	13.3	10.9	12.2	16.4	22.7	27.7	31.5	27.6	23.3	17.7	15.2	14.4	12.5	10.2	8.1	6.9	7.6	7.8	8.1	8.1	9.5	11.
1 0	11.9	14.0	14.8	15.5	17.1	22.4	26.0	29.6	25.5	22.8	17.2	14.7	13.2	11.6	9.5	8.0	7.1	7.9	7.6	8.6	8.8	9.9	10.
1 40	14.4	15.0	18.0	18.1	20.2	23.0	25.6	27.1	24.4	23.8	20.4	17.2	14.6	11.1	8.6	8.0	8.0	8.0	8.0	8.9	10.6	11.1	10.
2 20	9.3	11.4	20.7	21.4	22.4	22.8	23.4	22.9	19.7	20.5	19.0	16.7	13.6	9.7	8.4	8.2	8.3	8.1	8.1	9.6	11.3	12.2	11.
3 0	9.3	10.9	18.7	19.1	20.6	20.3	20.6	20.1	19.9	22.7	22.2	18.3	15.0	10.3	9.8	8.2	8.0	8.8	8.7	9.8	10.7	12.1	11.
3 40	11.9	12.5	18.4	16.8	15.7	15.0	14.3	17.3	18.8	21.8	20.0	15.9	13.1	10.7	10.8	8.8	7.4	9.8	10.4	11.9	11.7	12.2	12.
4 20	11.1	10.1	14.5	13.8	13.5	14.3	13.8	15.0	17.1	20.6	20.6	16.6	12.9	11.4	11.5	10.3	8.9	10.8	11.6	12.4	12.0	11.7	11.
5 0	6.0	8.0	11.7	13.3	11.3	12.8	11.7	15.4	18.5	22.7	21.4	17.5	13.8	13.6	13.9	13.2	11.7	11.8	12.8	13.1	13.2	12.3	11.
5 40	5.1	10.3	14.0	15.5	11.6	12.3	12.8	14.8	19.2	22.7	21.8	18.5	15.3	16.2	16.0	15.9	13.4	13.0	13.2	13.5	14.4	13.3	10.
6 20	6.0	11.1	15.9	16.9	13.7	12.4	12.5	14.8	19.7	22.5	21.4	19.2	17.7	19.2	17.2	15.7	11.6	11.3	12.4	14.6	17.3	16.9	14.
7 0	9.3	13.0	16.3	16.7	14.9	13.3	14.7	16.4	19.2	18.5	17.8	16.1	16.9	17.4	15.7	14.1	11.1	10.8	12.4	14.7	18.0	18.1	17.
7 40	11.0	11.7	13.1	14.6	14.4	12.6	12.2	16.1	17.9	18.6	17.5	16.1	16.2	15.2	13.3	11.7	10.3	10.3	13.4	15.1	17.6	16.5	16.
8 20	11.0	12.6	12.3	13.3	12.0	12.4	12.6	15.8	16.5	16.4	15.4	13.5	14.1	12.3	11.6	10.5	12.1	12.8	15.1	14.6	15.7	14.5	14.
9 0	9.3	12.4	15.8	16.2	14.2	12.6	13.2	14.4	15.3	14.8	14.8	13.6	13.0	11.4	10.1	9.2	10.8	12.9	15.4	15.2	14.4	13.8	15.
9 40	8.5	11.7	13.9	15.1	14.3	13.4	13.9	13.1	14.5	12.4	12.4	11.2	11.3	10.3	8.8	7.7	8.9	10.5	12.9	13.7	13.9	15.7	19.
10 20	12.7	15.8	12.6	14.1	12.8	12.7	14.9	15.3	16.4	14.0	12.9	11.3	10.8	10.0	8.7	6.7	7.1	8.7	10.9	12.6	12.2	14.0	16.
11 0	17.0	16.0	9.6	11.6	11.8	12.0	13.0	13.3	14.0	12.5	11.6	11.3	10.6	10.2	7.8	6.8	6.4	7.1	8.9	10.1	11.3	13.7	17.
11 40	13.6	15.7	11.4	11.7	12.4	13.4	14.6	14.1	15.1	14.0	13.3	12.5	12.6	11.3	8.8	7.0	6.2	7.0	8.4	9.3	10.5	11.7	13.
12 20	15.3	10.7	11.5	10.8	13.2	12.8	12.6	10.6	13.1	12.4	13.5	13.3	13.6	12.4	9.1	7.3	6.0	6.7	8.4	10.5	11.9	12.9	14.
13 0	15.3	14.3	15.1	11.8	13.5	12.2	13.1	10.8	13.9	12.1	12.6	12.0	13.3	12.6	10.4	7.4	5.7	5.9	8.0	10.7	11.9	11.1	9.
13 40	16.1	14.6	13.6	13.8	15.7	13.9	14.2	11.5	12.6	10.5	11.2	11.7	11.2	11.0	9.5	7.4	6.3	6.1	8.1	9.9	10.6	11.3	13.
14 20	9.3	13.4	13.2	15.9	18.5	16.8	17.5	14.7	14.8	11.4	10.8	11.0	10.1	10.3	9.6	8.3	7.2	6.7	8.6	9.5	10.4	9.8	10.
15 0	9.3	12.4	11.4	13.0	16.1	15.8	16.0	13.4	13.9	12.2	12.5	11.3	10.1	9.7	10.4	9.5	8.9	7.6	8.7	9.0	10.3	11.9	14.
15 40	10.2	14.3	14.8	13.4	14.6	12.6	13.7	12.9	14.8	14.1	13.6	11.9	11.1	10.7	11.4	10.2	9.6	7.8	8.6	10.3	11.8	13.2	13.
16 20	11.0	15.1	15.6	12.3	13.0	10.5	11.4	11.5	14.4	14.6	13.8	12.1	12.0	12.0	12.9	11.6	10.0	8.2	8.2	9.7	10.8	14.2	16.
17 0	6.0	12.6	16.7	16.8	15.7	12.3	14.0	14.5	17.8	18.0	15.4	13.4	12.3	13.4	13.5	11.8	10.3	9.7	10.4	11.4	11.7	13.9	16.
17 40	7.6	14.3	17.3	17.4	15.6	15.8	16.4	20.2	20.9	21.3	17.1	15.0	14.0	14.9	15.8	14.3	12.3	11.9	12.0	12.9	13.7	15.4	16.
18 20	7.6	15.9	18.9	19.0	15.3	16.8	18.4	21.7	22.8	25.3	22.9	20.3	16.8	16.8	17.6	16.6	15.2	13.6	14.4	15.4	16.8	15.9	13.
19 0	10.2	14.3	16.2	17.8	17.1	20.3	20.6	23.5	23.5	25.7	24.8	24.0	21.4	20.3	20.2	18.3	15.4	13.2	13.7	16.2	18.7	16.8	9.
19 40	13.6	14.7	16.2	15.4	15.8	18.7	22.5	23.7	27.4	29.1	30.0	27.2	22.5	20.9	19.5	18.1	15.0	11.5	11.7	13.9	17.2	15.3	7.
20 20	12.7	12.7	15.4	15.8	17.4	20.9	24.5	28.6	30.9	30.4	29.8	25.5	22.2	20.1	19.6	16.7	13.2	9.9	9.9	12.0	15.2	15.3	10.
21 0	11.9	14.5	18.2	16.9	19.0	22.2	29.1	32.0	35.3	32.4	30.3	23.1	18.7	16.8	16.0	14.4	11.9	9.5	9.0	9.8	12.8	14.1	13.
21 40	10.2	13.3	18.2	21.2	25.4	26.7	31.5	30.5	32.7	27.0	26.1	19.9	19.2	15.7	15.2	11.4	10.0	8.8	9.5	10.1	11.0	12.1	13.
22 20	15.3	16.9	21.0	24.3	26.4	26.7	29.5	27.1	30.1	25.2	23.6	18.6	17.9	13.8	11.4	8.5	7.9	8.0	7.8	8.0	8.3	9.0	9.
23 0	19.8	16.7	17.5	22.2	23.5	25.8	28.0	26.1	26.3	22.2	21.0	18.1	17.7	13.4	10.6	7.9	7.0	7.2	7.6	8.1	8.2	8.3	7.
23 40	11.9	11.4	13.3	16.5	19.0	24.0	28.2	28.2	24.5	21.6	18.1	16.3	14.0	12.2	10.1	8.2	7.0	7.5	7.0	7.4	7.3	8.3	8.
Σ_1	403.4	477.6	546.7	568.2	584.1	605.8	658.7	688.5	729.0	710.1	664.5	580.1	528.1	481.4	443.5	386.2	343.1	337.0	369.6	410.6	450.3	468.0	467.
Σ_2	402.8	477.6	546.2	568.9	584.1	606.0	659.3	688.4	729.3	709.9	664.5	580.0	528.2	481.5	443.7	385.9	342.7	337.4	369.6	410.4	450.0	468.3	467.

4. Anzahlen der Sterne $7^m.6$—$8^m.0$.

	+87°.5	+82°.5	+77°.5	+72°.5	+67°.5	+62°.5	+57°.5	+52°.5	+47°.5	+42°.5	+37°.5	+32°.5	+27°.5	+22°.5	+17°.5	+12°.5	+7°.5	+2°.5	−2°.5	−7°.5	−12°.5	−17 1/6°	−21°.5
$0^h\,20^m$	24.6	26.7	23.6	33.6	41.6	50.0	48.9	53.3	47.6	41.9	33.1	26.8	23.7	19.8	17.8	16.4	15.5	16.7	18.7	19.6	19.5	20.9	25.7
1 0	15.3	20.8	18.7	23.8	30.7	43.9	48.2	49.6	41.7	39.1	34.5	30.4	24.5	18.4	15.1	13.9	14.9	17.4	18.4	19.0	19.2	21.5	24.5
1 40	14.5	20.6	21.1	27.3	34.5	44.4	44.5	44.2	39.0	40.9	38.4	33.3	27.0	18.9	15.9	14.7	14.9	17.3	15.9	16.6	17.6	21.3	25.1
2 20	14.5	17.1	22.7	30.3	36.3	43.8	42.1	41.6	35.9	38.5	37.6	32.8	26.0	19.4	16.7	16.3	17.8	17.8	16.1	16.3	18.3	20.2	17.9
3 0	15.3	14.9	25.6	29.8	33.5	38.2	36.2	38.5	36.0	37.7	35.2	29.9	27.4	22.2	21.2	19.0	19.3	19.0	17.0	17.2	18.7	20.6	20.9
3 40	17.9	16.4	25.6	29.3	32.8	32.1	32.5	33.7	35.2	35.1	32.8	26.4	22.8	21.4	21.0	19.2	18.2	20.1	20.5	21.1	21.5	22.2	22.1
4 20	11.9	19.1	26.2	29.5	27.9	26.8	28.3	29.7	37.3	36.7	34.9	24.9	22.0	22.1	22.2	20.8	19.0	20.6	23.0	25.5	25.8	25.6	26.3
5 0	13.6	23.4	25.7	28.7	27.9	27.0	28.9	30.1	35.7	40.1	41.1	35.0	27.1	25.5	23.4	22.4	20.3	23.0	27.2	30.0	30.5	28.6	26.9
5 40	11.0	20.3	23.0	27.7	23.4	28.6	31.3	35.0	37.3	41.9	44.8	41.4	35.6	30.8	28.7	27.8	27.4	28.6	30.9	31.2	31.8	30.3	28.7
6 20	15.3	23.0	26.1	26.2	24.6	30.1	32.7	36.4	35.4	38.2	39.9	40.0	37.9	35.5	33.1	31.2	29.9	31.3	32.5	32.6	32.0	30.9	28.7
7 0	12.8	17.9	25.7	29.3	23.9	28.8	30.5	35.6	35.6	35.1	33.5	31.0	31.3	31.0	32.6	32.0	31.6	32.1	32.5	31.8	31.2	32.3	33.5
7 40	18.7	16.7	20.8	23.6	23.3	26.2	26.0	30.4	30.3	30.9	26.7	24.9	24.0	24.7	28.1	28.2	29.0	28.7	31.4	33.4	34.7	35.0	34.1
8 20	24.7	15.0	15.5	18.4	22.4	25.6	25.6	26.9	25.4	29.6	25.8	25.3	21.3	21.6	22.9	22.2	24.9	25.7	29.0	29.8	31.4	32.6	33.5
9 0	28.0	17.9	14.7	17.4	23.8	24.8	23.7	24.4	22.8	26.4	23.0	24.2	20.4	21.5	20.7	19.7	21.0	20.4	23.5	24.9	28.9	31.7	34.7
9 40	21.2	18.7	18.1	21.0	23.0	22.5	20.0	21.7	21.7	24.2	20.7	21.6	19.4	20.2	18.8	17.2	17.7	17.3	19.0	20.9	24.0	28.7	34.1
10 20	16.2	19.8	22.1	25.1	21.9	20.7	17.7	19.5	20.2	19.6	17.9	17.6	18.5	18.9	18.0	16.2	15.5	14.0	15.5	18.1	22.7	29.5	38.2
11 0	23.8	19.8	23.9	24.1	22.1	22.2	19.9	21.3	21.8	20.6	17.9	16.3	17.4	16.2	15.0	13.0	14.0	14.9	16.6	18.3	19.9	23.7	29.3
11 40	23.8	17.2	21.7	20.2	20.7	20.9	20.5	21.1	21.8	20.5	19.1	16.8	18.3	17.5	15.7	14.0	14.6	16.7	17.3	18.3	19.0	22.3	27.5
12 20	24.6	16.5	19.2	19.3	22.1	21.9	20.7	21.7	22.5	23.0	19.5	17.6	16.5	16.1	13.5	12.7	14.2	16.8	17.9	17.7	17.2	18.8	21.5
13 0	13.6	12.6	17.8	21.3	22.3	21.3	19.3	19.9	21.8	22.6	19.8	17.0	16.8	17.3	15.1	13.6	14.0	15.8	17.6	18.8	18.6	20.0	23.3
13 40	12.8	13.8	19.4	25.3	24.2	24.4	22.3	22.7	22.0	22.5	18.9	17.6	16.5	16.9	14.9	12.9	13.2	15.0	17.2	18.7	18.3	20.8	26.3
14 20	12.8	16.9	20.7	27.4	24.2	23.1	20.3	21.0	20.4	20.7	19.2	18.7	18.0	18.5	16.6	15.1	13.6	14.6	17.4	20.9	20.2	21.8	26.9
15 0	11.9	21.1	21.3	25.4	22.7	23.0	21.3	21.6	20.1	19.3	17.4	17.6	17.8	17.8	16.7	14.7	14.2	16.0	19.9	23.0	22.0	22.5	25.7
15 40	17.0	22.1	23.7	24.2	25.2	22.7	22.1	20.3	20.6	19.7	17.8	17.5	17.8	19.5	18.2	15.8	12.9	14.7	19.4	22.9	21.6	20.9	22.7
16 20	11.9	17.0	23.7	25.1	28.2	26.6	26.5	24.9	24.9	23.8	20.2	19.4	19.5	21.2	19.5	16.7	13.1	14.8	18.5	21.4	22.8	22.2	22.1
17 0	12.8	11.8	22.5	26.7	30.6	28.5	26.5	28.2	28.8	29.9	26.7	25.7	23.9	26.2	24.1	23.4	18.2	18.7	18.2	20.6	23.8	24.4	21.5
17 40	11.9	15.5	22.2	28.1	27.8	26.6	26.9	32.1	34.6	37.6	34.5	33.2	29.9	31.2	30.1	29.4	24.5	24.0	21.0	22.3	27.2	28.3	22.1
18 20	14.5	16.5	23.6	25.5	28.2	29.1	32.1	36.4	38.2	43.3	42.2	41.3	36.6	37.1	36.5	35.3	30.7	28.5	24.6	25.3	29.9	31.5	25.7
19 0	17.0	24.7	26.3	25.9	29.5	31.7	36.5	39.2	41.6	45.5	46.9	46.8	42.8	40.6	40.0	37.8	32.6	28.3	25.1	25.2	30.5	31.8	29.8
19 40	21.2	25.9	27.1	27.1	33.6	37.8	44.6	45.8	46.7	51.0	52.2	50.8	44.9	40.9	39.2	36.1	30.8	27.0	26.2	27.7	31.6	32.0	31.0
20 20	27.2	30.8	25.9	29.2	36.1	42.6	49.0	52.1	52.1	53.8	51.8	50.2	45.9	39.9	35.3	31.4	28.2	26.8	26.5	26.7	28.5	26.7	25.1
21 0	29.7	27.2	23.0	26.4	38.9	49.4	56.7	57.4	56.6	58.8	53.1	47.7	40.7	34.4	29.9	25.8	24.0	23.6	24.4	24.6	24.9	21.9	19.1
21 40	22.9	23.5	25.5	31.7	43.5	52.3	56.6	58.4	55.9	54.6	46.5	41.5	34.9	28.0	23.1	21.4	21.7	21.4	19.8	18.9	20.4	18.4	15.5
22 20	23.8	30.0	36.4	37.2	43.8	49.7	53.2	56.3	56.0	52.6	42.6	35.4	28.6	24.0	20.5	19.9	19.0	17.9	15.0	16.7	18.4	18.0	15.5
23 0	28.0	36.8	40.3	47.6	51.7	51.1	49.6	53.8	53.4	46.7	35.8	28.6	24.6	21.9	19.1	18.9	17.2	16.5	14.5	17.2	18.8	19.3	17.9
23 40	28.9	37.6	37.1	41.7	45.6	51.4	50.1	54.2	50.8	42.8	32.4	25.2	23.4	21.7	19.6	17.4	16.4	14.9	17.3	18.3	18.9	18.6	17.9
	Σ_1 665.6	Σ_1 745.6	Σ_1 856.5	Σ_1 980.4	Σ_1 1072.5	Σ_1 1169.8	Σ_1 1191.8	Σ_1 1259.0	Σ_1 1247.7	Σ_1 1265.2	Σ_1 1154.4	Σ_1 1050.3	Σ_1 943.7	Σ_1 878.8	Σ_1 818.7	Σ_1 762.5	Σ_1 724.0	Σ_1 736.9	Σ_1 767.5	Σ_1 811.5	Σ_1 860.3	Σ_1 895.8	Σ_1 921.3
	Σ_2 666.2	Σ_2 746.3	Σ_2 857.2	Σ_2 981.0	Σ_2 1072.3	Σ_2 1169.1	Σ_2 1191.6	Σ_2 1258.2	Σ_2 1247.7	Σ_2 1265.2	Σ_2 1154.9	Σ_2 1050.9	Σ_2 944.3	Σ_2 879.4	Σ_2 818.5	Σ_2 762.5	Σ_2 723.9	Σ_2 737.0	Σ_2 768.2	Σ_2 812.0	Σ_2 860.0	Σ_2 895.7	Σ_2 920.8

5. Anzahlen der Sterne $8^m.1$—$8^m.5$.

	+87°.5	+82°.5	+77°.5	+72°.5	+67°.5	+62°.5	+57°.5	+52°.5	+47°.5	+42°.5	+37°.5	+32°.5	+27°.5	+22°.5	+17°.5	+12°.5	+7°.5	+2°.5	−2°.5	−7°.5	−12°.5	−17 1/6°	−21°.5
$0^h\ 20^m$	48.4	38.9	47.1	56.4	67.6	87.4	93.7	100.1	91.6	78.8	63.8	56.5	53.3	43.8	39.2	35.0	38.5	37.3	36.1	34.7	36.6	37.9	37.
1 0	45.8	28.8	38.5	51.8	67.2	87.8	94.4	95.5	84.1	78.0	65.9	60.8	52.2	44.3	37.2	34.0	36.9	38.6	41.6	41.8	41.2	39.9	38.
1 40	40.7	32.8	46.8	55.1	69.4	92.0	102.1	99.9	84.3	77.4	67.6	59.4	49.8	40.8	35.6	36.4	39.9	45.0	46.7	47.4	43.2	42.7	44.
2 20	37.4	31.4	47.4	52.5	64.9	82.1	94.1	94.8	82.5	82.3	73.4	62.9	49.1	38.8	34.4	36.8	41.3	47.2	47.9	47.6	44.4	43.2	43.
3 0	32.4	38.1	51.4	52.8	58.8	71.5	81.0	83.9	76.9	77.2	69.2	60.4	51.9	44.1	39.5	38.4	42.2	47.8	48.5	46.0	44.3	44.8	48.
3 40	28.9	41.7	50.4	50.7	52.2	55.9	60.8	66.5	66.1	70.5	65.4	56.9	47.2	39.8	38.2	37.5	41.9	47.8	48.3	46.3	46.3	49.5	53.
4 20	24.6	42.6	47.3	52.7	51.4	50.7	53.2	57.7	64.9	69.5	67.4	57.3	47.3	40.1	37.9	40.2	46.4	53.8	57.0	57.4	54.2	56.6	60.
5 0	22.9	35.8	45.2	53.2	47.8	44.8	50.1	56.3	70.3	74.9	77.0	65.1	53.4	46.7	50.0	53.6	57.8	62.3	62.4	64.6	61.1	61.4	62.
5 40	29.7	38.5	42.8	50.2	44.2	43.9	50.4	54.3	69.5	76.4	83.3	75.6	67.6	62.2	65.1	69.9	71.4	72.2	72.0	74.2	71.0	66.2	66.
6 20	37.4	41.1	37.3	43.8	40.9	48.4	55.7	58.1	66.1	68.9	76.8	74.3	72.9	72.3	73.5	80.2	79.7	78.6	76.3	78.9	78.3	74.6	76.
7 0	34.8	39.0	34.1	39.2	37.8	47.1	52.1	54.9	56.4	56.7	65.6	65.5	67.2	62.8	65.1	75.7	80.4	82.4	81.4	85.3	84.6	81.1	83.
7 40	33.1	37.8	34.0	40.6	42.0	47.5	49.1	53.5	54.3	54.3	58.8	60.4	61.5	56.8	55.7	64.1	72.3	77.7	89.8	83.8	84.3	81.9	83.
8 20	38.5	45.5	41.3	41.1	41.5	39.6	41.9	46.5	51.6	52.1	54.5	55.3	53.9	49.2	47.1	52.5	60.5	68.9	75.0	79.5	78.7	78.7	83.
9 0	61.1	55.1	42.5	41.6	43.0	39.4	38.6	41.5	49.2	50.3	51.2	49.9	45.5	43.5	40.2	42.1	47.9	57.0	64.1	66.7	65.6	69.2	76.
9 40	64.5	56.5	40.0	37.1	36.8	34.0	34.0	35.6	43.7	45.5	48.3	45.6	40.5	38.3	36.6	39.1	41.0	46.8	50.3	52.7	53.3	58.8	64.
10 20	58.9	50.6	40.9	37.0	36.4	35.2	32.2	33.4	39.3	42.2	43.4	40.2	35.7	34.4	33.1	36.6	37.4	42.0	42.9	44.7	45.6	48.6	50.
11 0	45.7	45.0	37.1	31.4	32.5	33.7	32.1	33.2	36.7	39.4	40.0	36.9	33.6	33.2	34.1	37.2	38.0	38.6	38.6	40.0	42.3	44.1	44.
11 40	48.4	50.6	39.8	32.4	33.0	36.4	33.9	33.4	35.3	37.5	37.0	34.5	31.6	32.0	34.0	36.7	38.8	37.7	36.9	38.2	41.9	45.3	48.
12 20	49.2	53.9	38.1	30.7	31.3	37.0	37.7	36.5	36.9	38.3	38.7	35.3	32.2	31.8	33.6	34.7	36.1	33.2	34.1	34.9	40.8	43.4	44.
13 0	52.7	59.4	39.2	32.6	33.6	38.1	40.0	37.6	37.8	39.4	40.1	38.1	34.8	33.3	32.9	32.6	34.1	30.9	33.2	35.2	40.8	42.5	43.
13 40	46.7	51.9	36.0	28.6	33.5	38.1	43.8	40.2	40.7	39.8	38.7	35.6	34.4	34.9	33.7	29.9	29.9	29.0	32.9	35.6	39.8	39.3	36.
14 20	43.3	47.4	33.4	28.6	35.4	38.4	42.7	41.4	43.1	41.0	37.4	35.6	35.9	36.4	35.6	31.2	29.6	28.0	31.1	34.7	38.3	40.0	38.
15 0	39.1	43.8	44.0	36.0	38.1	36.6	42.1	44.2	48.0	42.7	37.9	36.6	39.9	40.9	37.5	32.5	29.9	29.4	31.9	36.6	39.5	42.2	43.
15 40	36.5	40.2	49.7	41.1	40.5	38.4	40.7	45.4	49.4	47.1	41.5	39.4	42.7	44.1	44.0	39.0	34.3	32.1	34.0	39.7	40.9	42.9	44.
16 20	34.0	39.8	56.8	50.0	43.5	39.8	40.0	47.3	50.7	50.6	46.0	46.0	48.4	48.2	46.7	42.6	38.0	35.5	35.0	40.0	43.1	47.6	51.
17 0	33.2	42.5	55.5	52.4	49.9	49.4	47.1	56.5	57.5	62.4	54.9	52.8	53.4	54.0	53.9	48.8	45.2	41.1	38.1	42.0	45.9	52.7	54.
17 40	41.6	52.0	59.5	56.2	50.6	48.6	50.3	60.7	68.7	73.3	68.3	65.5	62.0	61.4	58.6	55.4	53.1	49.4	44.4	46.7	54.3	63.8	66.
18 20	48.4	48.1	52.3	48.7	51.9	57.9	61.7	72.0	80.0	87.6	82.8	79.0	73.1	73.7	70.0	64.7	59.6	57.1	55.1	57.6	64.2	73.5	81.
19 0	45.1	46.2	51.2	49.9	59.2	66.8	77.4	78.3	89.1	95.8	102.3	100.0	90.4	86.9	80.1	76.3	66.1	62.3	58.0	59.9	65.5	73.3	79.
19 40	40.8	39.9	51.8	52.2	68.2	79.2	93.2	94.3	100.5	111.8	118.4	115.9	101.6	93.2	85.8	79.3	68.6	62.4	59.0	60.2	61.6	67.1	75.
20 20	41.6	41.3	54.3	56.7	70.1	79.6	93.5	95.1	105.6	115.6	122.3	115.1	98.5	85.0	78.0	73.3	66.0	57.7	53.3	53.2	53.5	57.4	62.
21 0	60.3	47.9	48.9	53.9	69.4	78.9	90.5	98.7	111.4	116.9	112.8	101.0	86.1	71.5	65.8	60.7	57.5	49.8	48.0	48.0	49.6	51.0	54.
21 40	59.4	44.6	40.1	52.3	68.6	81.7	94.6	104.9	112.6	103.5	93.6	81.8	73.1	58.8	52.1	49.4	48.0	44.9	42.9	43.5	45.0	46.6	49.
22 20	56.1	50.6	43.5	56.5	73.0	93.2	102.8	113.7	112.7	97.2	80.6	70.6	67.8	58.1	48.9	45.7	41.8	41.0	38.1	39.3	42.7	43.7	43.
23 0	48.4	48.6	52.1	58.6	70.8	92.2	103.5	116.4	109.2	89.9	70.4	61.2	59.3	50.6	43.9	41.6	40.0	39.8	36.4	36.9	40.0	43.3	44.
23 40	48.4	44.5	49.0	56.8	68.7	90.7	95.9	107.8	100.3	86.8	66.4	57.6	56.2	49.3	43.1	36.9	37.1	35.5	34.9	34.0	38.9	41.2	41.

Σ_1 1557.9 Σ_2 1559.4	Σ_1 1592.4 Σ_2 1593.0	Σ_1 1619.3 Σ_2 1618.9	Σ_1 1661.4 Σ_2 1660.4	Σ_1 1823.4 Σ_2 1823.4	Σ_1 2059.0 Σ_2 2058.7	Σ_1 2246.9 Σ_2 2247.1	Σ_1 2390.1 Σ_2 2389.9	Σ_1 2476.1 Σ_2 2476.1	Σ_1 2471.6 Σ_2 2472.2	Σ_1 2361.7 Σ_2 2361.6	Σ_1 2184.6 Σ_2 2184.7	Σ_1 2004.0 Σ_2 2004.5	Σ_1 1835.2 Σ_2 1835.4	Σ_1 1740.7 Σ_2 1740.4	Σ_1 1720.6 Σ_2 1720.6	Σ_1 1727.2 Σ_2 1727.8	Σ_1 1740.8 Σ_2 1740.9	Σ_1 1746.2 Σ_2 1746.4	Σ_1 1807.8 Σ_2 1807.1	Σ_1 1861.3 Σ_2 1861.4	Σ_1 1936.0 Σ_2 1936.5	Σ_1 2020.5 Σ_2 2020.

6. Anzahlen der Sterne $8^m.6$—$9^m.0$.

	+87°.5	+82°.5	+77°.5	+72°.5	+67°.5	+62°.5	+57°.5	+52°.5	+47°.5	+42°.5	+37°.5	+32°.5	+27°.5	+22°.5	+17°.5	+12°.5	+7°.5	+2°.5	−2°.5	−7°.5	−12°.5	−17 1/6°	−21°.5
$0^h 20^m$	138.4	119.9	105.1	112.2	146.5	184.0	211.2	229.6	212.0	179.8	142.4	128.8	122.3	108.7	96.2	90.4	96.9	99.8	94.3	85.5	86.4	92.0	94.9
1 0	154.7	121.2	104.3	107.6	143.1	188.3	212.7	220.3	196.6	176.6	145.1	127.3	113.9	106.9	97.8	95.0	102.7	107.6	99.5	89.2	88.3	92.4	89.0
1 40	164.9	127.4	106.8	108.6	137.9	183.9	204.3	212.2	185.1	175.5	147.9	127.8	106.2	97.0	94.0	94.3	105.6	111.0	104.7	95.5	90.6	91.7	86.0
2 20	143.6	127.6	109.1	110.3	129.2	170.7	188.4	190.9	171.0	169.5	146.4	121.7	96.1	87.3	89.3	91.8	104.5	110.7	107.2	96.9	93.2	92.6	87.8
3 0	113.9	122.9	112.4	113.8	116.7	144.5	156.7	160.6	155.5	159.7	144.6	119.9	101.0	86.4	88.2	85.9	101.2	107.3	108.5	98.2	95.6	99.4	109.8
3 40	91.8	99.8	113.0	112.9	113.6	126.2	140.0	141.4	145.8	141.9	135.9	105.2	96.7	82.4	87.3	84.2	101.1	114.8	120.2	108.3	101.3	108.5	131.9
4 20	89.3	102.3	114.5	111.0	108.2	111.6	126.5	133.1	155.7	161.5	161.8	125.7	110.4	92.8	94.5	98.2	119.0	135.7	140.1	129.6	121.6	127.0	153.4
5 0	88.4	99.4	106.4	96.9	98.8	105.2	122.3	133.2	159.1	170.2	176.6	148.3	136.7	126.0	126.0	129.1	141.8	157.6	161.3	156.2	148.5	147.6	158.2
5 40	102.9	114.8	98.1	85.1	90.3	102.7	123.0	129.3	157.6	181.7	197.3	185.2	175.8	170.3	173.1	176.1	183.7	189.1	187.6	185.6	178.7	171.7	166.6
6 20	96.9	98.6	91.1	81.6	91.3	105.1	131.0	131.7	142.3	156.0	173.9	180.2	187.2	194.3	201.1	205.6	213.4	222.9	228.1	227.8	218.3	209.4	206.0
7 0	105.4	95.4	90.5	91.0	95.7	102.3	120.7	117.0	123.9	131.9	148.0	156.6	165.7	176.2	188.6	205.2	226.6	238.5	247.9	250.1	248.2	236.1	221.5
7 40	93.4	77.9	86.1	91.8	91.4	89.4	99.7	103.4	112.6	116.3	123.7	127.0	134.9	142.0	153.5	176.4	208.1	227.4	241.2	238.7	247.0	241.5	235.8
8 20	100.3	86.3	84.8	86.9	83.2	82.2	82.8	88.4	101.0	109.2	113.7	111.5	111.3	111.2	119.1	138.4	169.1	184.7	193.2	189.8	201.8	204.2	201.8
9 0	95.2	91.3	82.9	77.3	76.9	79.1	79.7	86.9	99.4	107.4	105.4	100.8	97.9	94.6	96.7	108.9	130.2	144.5	149.6	145.7	155.5	169.1	187.5
9 40	100.3	99.0	87.6	74.0	74.9	80.9	79.4	81.7	88.6	97.3	95.0	93.4	88.0	84.0	81.3	90.1	101.2	113.4	115.3	120.6	126.5	140.7	156.4
10 20	97.8	101.5	85.1	72.0	75.9	80.1	79.6	79.2	80.1	84.4	81.0	82.3	80.7	77.3	75.1	80.1	86.4	96.0	99.7	110.0	118.7	130.5	138.5
11 0	114.0	108.1	90.6	73.2	76.2	78.2	75.0	74.4	74.4	76.7	73.6	71.8	72.5	70.1	73.7	77.5	83.9	88.0	91.3	98.3	107.5	114.4	117.0
11 40	111.4	103.0	88.4	78.4	72.2	74.6	73.0	76.2	77.7	77.3	72.8	68.0	69.5	68.2	75.7	78.1	86.0	83.1	88.5	90.3	98.7	103.7	111.6
12 20	133.5	119.2	93.9	82.1	68.5	72.3	71.4	78.5	79.7	80.3	74.2	69.6	69.2	69.7	75.4	78.4	84.0	81.5	85.2	85.6	91.5	94.4	101.5
13 0	141.9	118.7	78.6	77.0	71.9	78.1	74.9	77.8	77.8	83.3	79.9	76.7	70.6	70.2	72.3	76.8	82.6	84.5	88.6	89.6	94.1	97.1	106.9
13 40	158.1	123.3	78.4	70.3	73.3	79.2	79.0	80.0	81.7	86.6	86.0	82.7	76.4	76.5	75.0	77.7	81.0	87.3	90.7	93.6	96.7	95.7	93.1
14 20	140.2	107.7	77.8	74.3	82.3	82.5	78.9	79.1	86.3	87.8	89.0	81.2	77.5	74.6	75.9	77.2	81.6	86.7	91.6	95.0	100.7	100.3	96.7
15 0	112.2	94.5	88.4	86.8	88.8	80.8	77.9	86.4	92.9	93.9	89.8	86.1	83.7	83.4	82.4	84.0	82.7	85.0	90.0	96.0	103.6	99.8	90.7
15 40	90.1	98.5	100.5	107.3	102.5	90.9	81.0	92.8	96.0	98.2	89.1	85.6	82.5	82.9	87.3	93.2	91.3	88.8	88.1	94.7	100.6	99.0	93.7
16 20	84.1	90.7	98.4	103.8	97.9	91.6	85.0	103.0	106.8	112.5	101.4	100.6	97.4	97.5	97.8	102.1	99.5	92.3	85.1	89.9	103.2	110.0	107.5
17 0	83.3	90.7	100.3	102.0	94.4	95.3	93.4	112.5	122.8	134.9	124.8	122.8	115.9	117.3	119.9	120.7	121.9	109.9	93.6	92.4	110.1	125.9	129.5
17 40	102.0	93.1	103.0	100.7	98.3	103.4	109.7	127.2	146.5	163.3	158.3	150.9	141.3	143.9	140.9	145.1	141.8	127.0	107.2	107.3	137.5	159.3	167.1
18 20	102.9	95.4	100.7	105.9	120.3	131.7	143.0	153.4	175.4	195.1	199.0	191.0	171.9	169.7	162.6	170.0	161.1	147.3	134.0	141.0	168.5	183.1	187.4
19 0	113.9	105.4	99.4	109.5	135.6	159.6	181.9	191.0	208.1	228.8	241.3	231.9	207.1	194.6	185.7	190.7	175.1	158.2	146.9	154.4	177.0	182.2	178.5
19 40	101.1	104.9	89.4	102.5	132.0	163.8	198.3	216.0	238.8	266.4	278.4	270.4	237.1	212.4	195.4	190.9	179.4	165.8	156.8	156.8	164.5	163.6	163.6
20 20	99.4	104.8	86.6	100.0	122.9	160.6	195.1	224.6	248.9	279.9	278.8	261.3	226.2	203.2	193.7	186.9	175.7	158.4	139.7	133.7	132.0	136.0	143.3
21 0	90.1	89.8	78.9	100.4	125.2	168.8	193.5	231.5	255.1	271.3	250.7	226.3	197.0	176.1	162.5	158.5	152.9	144.7	125.5	119.1	111.2	118.3	130.7
21 40	85.8	84.5	83.4	110.6	135.4	175.3	199.3	239.6	252.5	245.7	213.4	189.2	163.6	147.6	132.4	133.2	127.7	121.5	106.7	104.0	99.2	109.5	120.6
22 20	90.1	83.7	94.8	119.8	143.6	182.0	209.2	244.2	245.2	220.5	181.2	161.5	144.2	132.5	111.3	111.4	109.2	110.4	102.3	98.2	97.3	99.9	101.5
23 0	103.7	100.4	109.4	124.8	146.8	174.3	213.5	243.8	238.7	202.0	162.2	147.0	132.7	117.4	100.9	98.4	98.6	100.7	97.9	93.6	93.6	96.7	100.9
23 40	114.7	111.4	108.0	117.6	148.2	183.7	215.4	235.5	221.4	185.9	144.0	129.8	122.4	111.4	95.8	91.2	92.9	97.1	93.9	87.9	91.8	94.2	93.7
	Σ_1 3949.7 Σ_2 3949.9	Σ_1 3713.1 Σ_2 3713.7	Σ_1 3425.7 Σ_2 3426.2	Σ_1 3480.0 Σ_2 3480.2	Σ_1 3809.9 Σ_2 3810.1	Σ_1 4363.4 Σ_2 4363.5	Σ_1 4806.4 Σ_2 4806.8	Σ_1 5206.4 Σ_2 5206.2	Σ_1 5413.0 Σ_2 5412.9	Σ_1 5509.3 Σ_2 5509.2	Σ_1 5225.9 Σ_2 5225.9	Σ_1 4846.1 Σ_2 4846.3	Σ_1 4483.5 Σ_2 4482.9	Σ_1 4256.6 Σ_2 4256.2	Σ_1 4175.4 Σ_2 4175.5	Σ_1 4291.7 Σ_2 4291.5	Σ_1 4500.4 Σ_2 4500.4	Σ_1 4579.2 Σ_2 4579.3	Σ_1 4502.0 Σ_2 4502.3	Σ_1 4449.1 Σ_2 4449.3	Σ_1 4599.5 Σ_2 4599.9	Σ_1 4737.5 Σ_2 4737.8	Σ_1 4860.6 Σ_2 4860.6

7. Anzahlen der Sterne 9^m1—9^m5.

	+87°5	+82°5	+77°5	+72°5	+67°5	+62°5	+57°5	+52°5	+47°5	+42°5	+37°5	+32°5	+27°5	+22°5	+17°5	+12°5	+7°5	+2°5
0^h20^m	534.8	535.6	481.9	472.0	629.8	758.3	861.5	902.1	858.6	766.7	591.3	513.8	439.0	405.3	362.2	356.9	344.4	346
1 0	519.3	500.3	455.4	452.3	632.0	788.8	930.1	949.3	851.5	752.7	588.9	519.3	425.1	377.4	352.6	353.3	363.1	370
1 40	514.2	465.1	434.2	414.0	574.7	776.3	925.9	938.5	805.3	716.1	592.1	514.8	413.3	364.9	351.0	350.5	350.4	344
2 20	510.0	447.6	427.0	378.6	520.4	692.0	812.4	812.7	734.5	683.6	594.5	498.9	406.4	365.8	357.3	349.2	334.4	333
3 0	524.4	447.3	420.6	350.7	435.9	553.0	632.4	651.4	652.7	638.0	577.7	476.1	417.5	398.4	376.9	351.3	318.4	318
3 40	508.3	462.3	432.3	349.8	393.6	437.4	504.7	539.2	621.6	606.0	550.8	427.5	398.0	392.6	377.6	359.5	334.4	344
4 20	519.3	451.9	420.5	342.0	360,3	380.5	450.1	502.7	646.8	684.6	661.0	505.7	457.4	443.4	456.1	447.1	456.5	483
5 0	505.7	457.7	420.1	339.3	341.1	345.6	407.1	458.6	638.3	741.7	785.3	672.5	652.8	644.9	654.3	617.3	618.0	629
5 40	556.7	458.1	407.0	316.6	319.6	321.7	371.7	422.6	602.8	760.2	861.1	845.9	875.8	887.4	885.0	834.6	844.7	860
6 20	581.9	490.8	412.0	321.3	310.2	319.4	364.0	397.3	512.4	638.8	755.0	840.2	944.7	997.7	999.4	951.9	961.1	970
7 0	603.3	507.4	404.2	312.8	300.4	307.4	348.8	383.4	458.9	544.1	621.9	711.1	810.4	883.0	899.5	892.3	914.8	947
7 40	588.1	509.5	414.0	320.6	305.2	302.5	331.4	351.3	397.6	455.9	513.7	571.4	641.8	715.8	744.3	740.1	731.0	750
8 20	589.8	517.8	412.7	313.2	298.8	287.3	299.7	322.7	365.4	398.5	434.1	464.1	510.3	576.6	588.5	579.5	534.0	537
9 0	565.2	483.5	410.4	304.6	281.7	269.7	276.6	302.7	337.4	352.7	379.8	388.5	421.7	462.0	486.4	479.0	435.8	418
9 40	544.8	474.8	395.3	286.7	263.8	259.1	261.1	288.0	312.8	322.0	334.5	343.6	362.1	376.5	400.0	401.4	375.1	339
10 20	538.8	453.5	373.6	268.6	246.4	242.0	251.4	271.3	291.2	295.1	308.2	318.8	340.7	336.0	349.0	350.8	332.5	282
11 0	515.8	440.2	349.0	266.1	239.0	236.5	247.8	258.0	275.0	273.9	285.5	298.4	310.8	306.1	304.2	312.0	307.0	285
11 40	518.9	421.2	335.8	264.2	235.6	227.6	246.4	251.8	267.8	261.0	272.5	280.9	287.4	292.4	283.6	290.3	282.8	290
12 20	493.7	399.8	350.2	270.1	244.6	232.1	252.5	252.9	266.8	262.2	276.3	283.1	278.3	277.7	266.4	271.2	269.5	290
13 0	522.7	416.9	363.0	263.0	252.3	245.6	262.6	261.3	260.2	261.3	279.3	288.0	285.1	284.7	276.1	283.0	269.8	271
13 40	521.9	443.6	373.3	273.8	263.2	257.3	265.3	262.1	261.7	270.8	290.6	300.1	299.2	294.9	292.4	300.0	290.0	275
14 20	506.4	460.8	375.9	280.5	271.3	272.8	270.2	263.3	257.6	272.4	291.4	303.2	308.0	310.9	315.2	333.3	326.3	307
15 0	507.4	477.6	379.3	291.3	282.0	282.3	280.8	273.5	275.0	292.2	309.8	322.9	325.7	323.3	335.9	360.3	361.8	331
15 40	514.3	462.4	398.1	302.1	294.3	295.5	302.7	298.6	295.1	312.7	337.7	357.0	359.1	350.0	363.0	398.0	416.6	406
16 20	517.4	485.3	410.7	319.8	316.3	321.3	327.7	330.1	324.7	342.6	374.5	406.5	420.3	418.8	430.1	451.3	461.9	458
17 0	521.0	492.9	446.3	357.4	346.0	355.7	365.6	382.1	398.1	429.7	467.8	491.7	498.4	517.3	521.5	542.7	537.3	544
17 40	560.1	522.5	442.2	374.3	363.2	365.7	401.6	445.3	510.8	565.6	609.9	612.8	616.8	665.6	696.7	734.8	695.8	629
18 20	595.8	545.3	460.2	401.7	389.1	406.4	472.1	534.0	637.8	737.6	808.9	809.3	760.9	794.2	826.9	869.6	821.1	722
19 0	620.4	551.2	466.5	424.5	435.2	487.3	586.7	653.9	787.0	924.2	1043.3	1019.5	931.5	916.5	956.2	994.1	939.4	801
19 40	622.1	575.5	492.5	438.4	444.0	557.1	676.0	768.7	899.8	1051.1	1172.9	1137.5	1024.2	946.9	940.2	911.7	855.7	741
20 20	610.0	553.8	486.5	446.3	461.8	572.5	680.1	816.9	976.6	1136.2	1215.9	1138.0	1002.7	887.1	857.6	811.3	743.6	610
21 0	583.1	557.2	478.5	446.8	466.6	565.7	669.6	872.3	1019.7	1109.7	1061.4	975.4	849.8	742.1	689.0	628.6	564.6	449
21 40	555.0	532.1	486.8	479.7	528.0	606.5	722.0	931.8	1050.8	1053.2	923.9	823.5	702.8	613.6	568.5	529.0	462.2	346
22 20	551.2	554.4	512.6	492.3	564.2	671.1	822.5	1002.1	1045.9	953.3	772.1	673.3	585.0	517.6	481.1	453.2	403.8	299
23 0	582.2	564.5	530.8	497.9	601.3	718.3	856.3	961.8	964.5	851.3	682.5	591.4	524.3	475.3	437.5	411.4	358.8	274
23 40	588.1	569.9	512.9	486.9	628.6	749.2	855.6	910.5	892.3	797.8	623.5	539.6	472.5	430.1	387.8	375.4	350.2	313
	Σ_1 19712.1 Σ_2 19711.7	Σ_1 17690.1 Σ_2 17690.2	Σ_1 15372.3 Σ_2 15372.4	Σ_1 12920.2 Σ_2 12919.8	Σ_1 13840.5 Σ_2 13840.4	Σ_1 15467.5 Σ_2 15467.4	Σ_1 17593.0 Σ_2 17592.8	Σ_1 19224.8 Σ_2 19224.8	Σ_1 20755.0 Σ_2 20755.2	Σ_1 21515.5 Σ_2 21514.8	Σ_1 21249.6 Σ_2 21249.7	Σ_1 20264.3 Σ_2 20264.6	Σ_1 19359.8 Σ_2 19359.0	Σ_1 18992.8 Σ_2 18993.0	Σ_1 18870.0 Σ_2 18870.2	Σ_1 18674.9 Σ_2 18675.7	Σ_1 17966.8 Σ_2 17966.7	Σ_1 16924.8 Σ_2 16924.0

Aus den restirenden Punkten grösster Dichtigkeit sollte nun zuerst der Pol des kleinen Kreises, auf dem sie liegen, ermittelt werden. Hat dieser Pol die Rectascension A, die Declination D und ist σ der sphärische Radius desselben, so ist

$$\begin{aligned}\cos\sigma &= \sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)\\ &= \sin\delta\sin D + \cos\delta\cos\alpha\cos D\cos A + \cos\delta\sin\alpha\cos D\sin A\end{aligned}$$

$$\text{oder } \sin\delta = \frac{\cos\sigma}{\sin D} - \cos\delta\cos\alpha\operatorname{cotg} D\cos A - \cos\delta\sin\alpha\operatorname{cotg} D\sin A$$

$$\text{und setzen wir } x = \frac{\cos\sigma}{\sin D},\ y = \operatorname{cotg} D\cos A,\ z = \operatorname{cotg} D\sin A,$$

so liegt die Gleichung $\sin\delta = x - y\cos\delta\cos\alpha - z\cos\delta\sin\alpha$ vor, die nach der Methode der kleinsten Quadrate aufzulösen ist.

Dieselbe schreibt sich auch

$$\operatorname{tg}\delta = x\sec\delta - y\cos\alpha - z\sin\alpha,$$

wodurch sie zur Rechnung bequemer wird und liefert die Normalgleichungen:

$$\begin{aligned}x\,\Sigma\sec^2\delta \quad &- y\,\Sigma\cos\alpha\sec\delta - z\,\Sigma\sin\alpha\sec\delta = \Sigma\operatorname{tg}\delta\sec\delta\\ x\,\Sigma\cos\alpha\sec\delta - y\,\Sigma\cos^2\alpha \quad &- \tfrac{1}{2}z\,\Sigma\sin 2\alpha = \Sigma\operatorname{tg}\delta\cos\alpha\\ x\,\Sigma\sin\alpha\sec\delta - \tfrac{1}{2}y\,\Sigma\sin 2\alpha \quad &- z\,\Sigma\sin^2\alpha = \Sigma\operatorname{tg}\delta\sin\alpha,\end{aligned}$$

da weiter keine Gewichte für die einzelnen Punkte angenommen, sondern alle gleichwerthig in Rechnung gezogen wurden. War nach diesen Formeln der Pol des kleinen Kreises für die einzelnen Helligkeitsklassen berechnet, so sollte aus den einzelnen Werthen das Mittel gebildet werden und von diesem gemeinsamen Pole aus dann wieder rückwärts für jeden der graphisch gefundenen Punkte der Abstand σ und der Winkel ψ, den der nach diesem Punkte gezogene sphärische Radius mit dem durch den Punkt A, D gezogenen Stundenkreise einschliesst, also der Positionswinkel des Punktes am Pole der Milchstrasse, aber gezählt von Süden durch Osten und Norden nach Westen, berechnet werden, mittels der Formeln:

$$\begin{aligned}m\sin M &= \sin\delta\\ m\cos M &= \cos\delta\cos(\alpha - A)\\ \cos\sigma &= m\cos(D - M)\\ \sin\sigma\cos\psi &= m\sin(D - M)\\ \sin\sigma\sin\psi &= \cos\delta\sin(\alpha - A)\end{aligned}$$

Das Mittel aus allen σ der Punkte einer Sternklasse sollte als der sphärische Radius des kleinen Kreises, in dem die Kugel dieser Sterne die Hauptebene schneidet, betrachtet werden, dann ist die Abweichung von σ gegen 90° der Winkel, unter dem von den in der Hauptebene stehenden Sternen dieser Grössenklasse die von der Sonne auf die Hauptebene gefällte Senkrechte erblickt wird. Aus

$$x = \frac{\cos\sigma}{\sin D},\ y = \operatorname{cotg} D\cos A,\ z = \operatorname{cotg} D\sin A$$

werden die Werthe von A, D, σ insofern zweideutig erhalten, als die beiden Systeme

A	$180 + A$
$+D$	$-D$
σ	$180 - \sigma$

die Gleichungen gleichmässig befriedigen. In Wahrheit besteht hier keine Mehrdeutigkeit. Es wird aber die Lage des Poles unserer Wahl freistehen und wenn dann $\sigma = 90 + \beta$ gesetzt wird, so zeigt ein positives β, dass die Sonne zwischen der Hauptebene und dem ausgewählten Pole steht, ein negatives, dass sie durch die Hauptebene von diesem Pole getrennt wird. Es müssen die Winkel β mit wachsender Helligkeit der Sternklassen wachsen und zwar besteht die Relation, dass das Product aus dem Radius der Grössenklasse und dem $\sin\beta$ eine Invariante, nämlich dem Perpendikel Z gleich ist, das von der Sonne auf die Hauptebene gefällt ist:

$$Z = r_m\sin\beta_m = r_n\sin\beta_n$$

Zu den Positionswinkeln der einzelnen Punkte als Abscissen sollten nun die zugehörigen Sternzahlen als Ordinaten eingetragen werden und zwar nicht die Mittel, welche ja bekanntlich für die Maxima zu klein sind, sondern aus den ursprünglichen Tabellen p. 236—242, welche die Sternzahlen für 49.984 Quadratgrade geben. Für jede Sternklasse sollte dann eine Curve construirt werden, die sich den gegebenen Punkten möglichst angeschmiegt hätte. Aus dieser Curve waren dann für äquidistante Werthe der Positionswinkel die ausgeglichenen Sternzahlen zu entnehmen und diese mussten nun zunächst auf gleiche Volumina reducirt werden.

Die betrachteten Sterne einer bestimmten Grössenklasse stehen zwischen zwei Kugeln, die mit dem inneren und äusseren Abstand dieser Sternklasse von der Sonne als Radius um die letztere beschrieben sind, umgrenzt von zwei Ebenen von Stundenkreisen und zwei Kegelmänteln, die von der Sonne aus als Spitze durch die beiden das Trapez begrenzenden Declinationskreise hindurchgehen. Dadurch, dass wir die Sternzahlen reducirt haben, auf ein Trapez, das seinen Mittelpunkt im Aequator hat, sind wir berechtigt, dieses Volumen zu vertauschen mit einem symmetrisch zum Aequator liegenden, dessen Inhalt

$$J = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{360} \cdot \frac{4}{3} (R^3 - r^3) \pi \sin 2^1/_2{}^\circ = \frac{\pi}{27} \sin 2^1/_2{}^\circ (R^3 - r^3)$$

ist. Die Division mit $(R^3 - r^3)$ bringt also die Sternzahlen auf gleiches Volumen und zwar auf ein Volumen das $= \frac{\pi}{27} \sin 2^1/_2{}^\circ = 0.0050754$ von einem Würfel ist, dessen Kante der Entfernung der Sterne erster Grösse gleichkommt. Als einschliessenden äussersten Radius setzen wir den, welcher der Helligkeit 9.55 B. D. als innersten den, welcher der Helligkeit 2.00 P. entspricht; zu Radien, welche die einzelnen Sternklassen trennen, wählen wir die in der Mitte zwischen der äusseren Helligkeit der einen und der inneren der andern liegenden; also z. B. wird der trennende Radius der Helligkeitsklassen 7.1—7.5 und 7.6—8.0 der zu $7^m.55$ gehörige sein. Damit aber erhalten wir folgende

Tafel zur Reduction der Sternzahlen auf gleiches Volumen.

	Trennende Radien	log R	log R^3	Δ log R^3	gilt als Reductionsfactor für:
Durchmusterung	9.55	1.6668	5.0004		
	9.05	1.4808	4.4424	4.8597	$9^m.5 - 9^m.1$
	8.55	1.3822	4.1466	4.1361	9.0 — 8.6
	8.05	1.2930	3.8790	3.8093	8.5 — 8.1
	7.55	1.2030	3.6090	3.5446	8.0 — 7.6
	7.05	1.1126	3.3378	3.2759	7.5 — 7.1
	6.55	1.0217	3.0651	3.0065	7.0 — 6.6
Pickering	6.00	0.8992	2.6976	2.8217	6.5 B. D. — 6.00 P.
	5.00	0.6995	2.0985	2.5716	5.99 — 5.00
	4.00	0.4997	1.4991	1.9727	4.99 — 4.00
	3.00	0.2998	0.8994	1.3734	3.99 — 3.00
	2.00	0.0998	0.2994	0.7738	2.99 — 2.00

Die vierte Columne gibt hier den log des Reductionsfactors $(R^3 - r^3)$, mit dem die Sternzahlen zu dividiren sind. Die so reducirten Sternzahlen sollten nun in einer Fläche eingetragen werden, welche die Ebene der Milchstrasse dargestellt hätte und zwar derart, dass um ein Centrum concentrische Kreise mit den Radien $r_m \cos \beta_m$, die, da β_m sehr klein, einfach gleich r_m gesetzt werden können, beschrieben wurden und vom Mittelpunkte aus in Abständen von 5 zu 5 oder von 10 zu 10 Grad Radien gezogen wurden, je nach dem Intervall, welches die äquidistanten Positionswinkel besessen hätten; denn die Winkel, welche die einzelnen Radien mit einer bestimmten Anfangsrichtung einschliessen, würden ja den Positionswinkeln am Pole der Hauptebene gleich sein. Dadurch wird die Zeichenfläche in Trapeze zerlegt und es sollte nun in jedes Trapez die zugehörige auf gleiches Volumen reducirte Sternzahl eingetragen werden. Die Trapeze umschliessen für die Grössenklassen 2.00—2.99, 3.00—3.99, 4.00—4.99, 5.00—5.99 das Centrum vollständig, im Innern nur einen leeren Raum lassend, der innerhalb des mit r_2 beschriebenen Kreises liegt. Für die dann folgenden Sternklassen umfassen die Positionswinkel nur etwa 220—230°, so dass etwas über ein Drittel jedes Kreisringes ebenfalls leer bleibt. Hier musste sich nun der Ort des allgemeinen Schwerpunkts in dem mit der grössten Sternzahl bezeichneten Trapeze offenbaren, ja es konnte sogar, wenn sich wirklich die Sterndichten als stetige Function ihres Ortes in der Hauptebene herausstellten, daran gedacht werden, das Gesetz der Abnahme der Sterndichten vom Maximum aus zu ermitteln. Der Ort des Schwerpunkts war somit gegeben durch seinen Positionswinkel am Pole der Hauptebene und seinen sphärischen Abstand von diesem, sowie durch das R, die Entfernung von der Sonne, die Transformation der beiden ersten Coordinaten in äquatoreale war einfach und somit wäre das A, D, R der Schönfeld'schen Formeln ermittelt gewesen. Hätte aber der Schwerpunkt nicht innerhalb der betrachteten Fläche gelegen, d. h. entweder ausserhalb des Kreises mit $r_{9.5}$ oder am südlichen Himmel, so wäre doch durch die stetige Zunahme der Sternzahlen in der Richtung nach ihm sein Ort angedeutet worden.

§ 14. Versuche, den Pol der Hauptebene aus den Sternklassen $5^m.0$—$9^m.5$ zu ermitteln.

Im weiteren werden die Hindernisse, die sich der Ausführung dieses Vorhabens entgegengestellt, beschrieben werden. Zunächst wurden folgende Punkte des Kreises der Hauptebene für die Sternklassen von $6^m.6$—$9^m.5$ abgeleitet, da auf diesen, als den eine grössere Anzahl Sterne einschliessenden und darum weniger zufälligen Fehlern ausgesetzten, die Bestimmung des Poles der Hauptebene mit Ausschluss der helleren Klassen allein beruhen sollte.

Punkte grösster Dichtigkeit der Sternklassen $6^m.6$—$9^m.5$.

$9^m.5$—$9^m.1$			$9^m.0$—$8^m.6$			$8^m.5$—$8^m.1$			$8^m.0$—$7^m.6$			$7^m.5$—$7^m.1$			$7^m.0$—$6^m.6$		
α	δ	Sternzahl	α	δ	Sternzahl	α	δ	Sternzahl	α	δ	Sternzahl	α	δ	Sternzahl	α	δ	Sternzahl
			$277^1/_2{}^\circ$	$-21^\circ.5$	189.2				$290^3/_4{}^\circ$	$-21^\circ.5$	31.4				$265^1/_4{}^\circ$	$-17^1/_6{}^\circ$	10.0
			$279^3/_4$	$-17^1/_6$	187.1				$286^1.2$	$-17^1/_6$	32.8	$284^1/_2{}^\circ$	$-17^1/_6{}^\circ$	16.8	275	—12.3	11.2
			285	—17.9	182.9	$279^1/_2{}^\circ$	$-17^1/_6{}^\circ$	74.4	285	—17.3	31.9	285	—13.2	18.8	280	—12.5	11.3
			$284^1/_2$	—12.5	177.2	282	—21.5	81.1	$290^1/_2$	—12.5	32.1	275	—13.0	16.8	285	—11.8	10.8
			$289^1/_4$	— 7.5	158.7	284	—12.5	65.7	$291^1/_2$	— 7.5	28.2	$285^3/_4$	—12.5	18.9	290	— 7.5	9.8
284°	+ 2°.5	801	$292^1/_4$	— 2.5	157.7	$289^1/_2$	— 7.5	61.1	$300^1/_2$	— 2.5	26.8	$284^1/_4$	— 7.5	16.2	$287^1/_2$	— 2.5	10.2
285	+ 7.5	937	294	+ 2.5	166.2	$290^3/_4$	— 2.5	59.2	279	+ 2.5	28.8	$278^1/_2$	— 2.5	14.6	$286^1/_4$	+ 2.5	9.2
$286^3/_4$	+12.5	1001	$296^1/_2$	+ 7.5	180.5	$289^3/_4$	+ 2.5	63.7	284	+ 7.5	32.6	$279^1/_2$	+ 2.5	13.9	$282^3/_4$	+ 7.5	12.6
285	+13.1	996	293	+12.5	194.9	295	+ 7.5	69.0	$283^1/_2$	+12.5	37.9	283	+ 7.5	15.5	$290^3/_4$	+12.5	15.2
$289^3/_4$	+17.5	976	$299^1/_4$	+17.5	196.7	$293^1/_2$	+12.5	79.7	287	+17.5	40.0	$289^1/_4$	+12.5	18.6	$291^3/_4$	+17.5	16.8
$292^3/_4$	+22.5	953	298	+22.5	214.0	293	+17.5	85.9	291	+22.5	41.3	291	+17.5	20.2	295	+18.6	16.3
$297^3/_4$	+27.5	1092	299	+27.5	242.7	$293^1/_2$	+22.5	93.4	$300^3/_4$	+27.5	46.9	295	+22.5	21.0	297	+22.5	15.7
$300^1/_2$	+32.5	1177	$297^3/_4$	+32.5	277.8	$298^1/_2$	+27.5	102.8	$299^1/_2$	+32.5	51.2	$296^1/_4$	+27.5	22.6	296	+27.5	14.6
295	+36.1	1184	295	+36.8	278.6	$299^1/_2$	+32.5	122.2	$302^3/_4$	+37.5	53.7	$296^3/_4$	+32.5	27.6	$295^1/_2$	+32.5	18.0
301	+37.5	1240	300	+37.5	284.9	$302^1/_2$	+37.5	125.9	295	+38.2	52.4	305	+37.5	30.9	$295^1/_4$	+37.5	21.7
305	+38.0	1220	305	+40.4	281.7	305	+37.5	122.3	315	+42.5	58.7	305	+45.0	31.0	295	+39.2	22.6
310	+42.5	1139	$307^1/_4$	+42.5	280.9	$309^1/_4$	+42.5	118.8	305	+44.4	53.8	$311^1/_2$	+42.5	33.2	$296^1/_4$	+42.5	21.0
315	+41.4	1122	315	+42.8	271.6	315	+41.8	116.8	315	+47.5	58.7	315	+47.6	35.2	305	+40.6	20.7
325	+45.0	1092	$316^3/_4$	+47.5	255.6	325	+47.6	112.3	$322^1/_2$	+47.5	56.7	$317^1/_4$	+47.5	35.7	315	+44.6	18.9
326	+47.5	1058	325	+47.0	253.6	327	+47.5	113.7	325	+51.4	58.6	$317^1/_4$	+52.5	32.5	315	+47.5	19.3
335	+48.7	1052	335	+50.0	253.4	335	+50.8	115.1	323	+52.5	58.3	325	+49.8	33.1	325	+47.8	18.3
$337^1/_4$	+52.5	1011	339	+52.5	245.1	342	+52.5	116.9	335	+51.9	56.4	335	+52.2	29.7	335	+62.0	20.3
345	+49.5	984	345	+50.5	251.0	345	+51.3	117.9	345	+51.3	53.7	345	+56.4	28.1	345	+60.0	19.3
355	+51.0	920	355	+52.5	235.2	355	+51.5	108.3	355	+53.8	54.1	355	+55.0	29.0	355	+62.7	19.5
5	+53.0	904	5	+52.7	229.8	5	+53.8	102.0	5	+55.4	52.9	5	+52.9	31.7	5	+48.2	20.0
15	+54.8	962	15	+53.6	222.4	15	+54.1	97.3	15	+55.8	49.6	15	+53.2	29.9	$7^1/_2$	+47.5	18.9
$19^1/_2$	+52.5	957	25	+54.3	214.1	25	+55.8	103.5	25	+56.2	44.9	25	+52.5	27.1	15	+50.5	17.9
$20^1/_2$	+57.5	933	35	+54.8	193.7	35	+54.7	95.5	45	+52.5	37.7	35	+58.2	23.4	25	+53.9	21.4
25	+54.8	993	45	+49.6	162.5	45	+51.3	84.4	55	+46.1	35.4	55	+41.1	22.2	$27^1/_2$	+52.5	20.0
35	+55.3	844	55	+47.0	146.0	55	+44.8	70.6	65	+44.8	37.9	65	+39.9	21.7	35	+56.1	20.1
45	+50.0	655	65	+41.3	166.9	65	+41.3	69.7	75	+39.3	41.8	75	+41.0	23.2	45	+57.5	19.9
55	+45.2	626	75	+40.0	179.4	75	+39.8	78.1	$83^1/_4$	+42.5	42.2	85	+40.8	23.0	55	+42.7	15.2
65	+42.0	682	$82^1/_2$	+42.5	183.0	85	+38.2	83.9	85	+38.1	44.9	95	+42.2	22.7	65	+41.1	14.3
75	+38.8	800	85	+37.5	197.3	$88^1/_2$	+32.5	76.8	$84^1/_2$	+37.5	44.6	$85^3/_4$	+37.5	22.0	75	+38.9	15.4
$80^1/_4$	+42.5	760	85	+37.3	197.4	$94^1/_2$	+27.5	72.6	95	+34.9	40.1	92	+32.5	19.1	85	+38.1	16.7
$83^1/_4$	+37.5	865	$89^1/_4$	+32.5	189.5	96	+22.5	72.4	88	+32.5	42.3	$99^1/_4$	+27.5	17.7	85	+37.5	16.6
90	+32.5	869	$92^1/_2$	+27.5	189.2	95	+17.5	73.5	$92^1/_2$	+27.5	39.0	97	+22.5	19.4	95	+37.9	15.7
92	+27.5	952	$95^3/_4$	+22.5	194.5	$96^1/_4$	+12.5	80.0	95	+22.5	35.5	95	+17.5	17.2	$87^1/_2$	+32.5	14.6
85	+24.3	899	$99^1/_2$	+17.5	202.9	100	+ 7.5	81.3	$97^1/_2$	+17.5	33.7	89	+12.5	16.0	$87^1/_4$	+27.5	11.9
95	+18.7	1003	$99^3/_4$	+12.5	213.7	$104^3/_4$	+ 2.5	82.5	$100^3/_4$	+12.5	32.5	$84^1/_2$	+ 7.5	13.1	95	+22.5	9.9
95	+22.5	998	$104^1/_2$	+ 7.5	227.0	$104^3/_4$	— 2.5	81.5	$103^1/_2$	+ 7.5	31.7	95	—14.0	17.7	$100^1/_2$	+17.5	9.5
$95^1/_2$	+17.5	1008	107	+ 2.5	239.8	$107^1/_2$	— 7.5	85.2	101	+ 2.5	32.2	105	—12.5	18.2	98	+12.5	8.3
$96^1/_4$	+12.5	961	108	— 2.5	251.5	$109^3/_4$	—12.5	85.2	102	— 2.5	32.6	$105^1/_2$	$-17^1/_6$	18.1	98	+ 7.5	7.5
$96^1/_4$	+ 7.5	967	105	— 7.2	250.9	$110^3/_4$	$-17^1/_6$	82.5	106	— 7.5	34.2	$106^3/_4$	—21.5	18.0	$96^1/_4$	+ 2.5	7.2
$99^1/_4$	+ 2.5	980	$109^1/_2$	— 7.5	256.4	115	—21.5	84.3	115	—12.5	34.7				91	— 2.5	9.5
			$111^1/_4$	—12.5	257.0				115	$-17^1/_6$	35.1				125	— 7.5	10.7
			$111^3/_4$	$-17^1/_6$	248.4										120	—12.5	11.2
			$112^3/_4$	—21.5	237.3										$116^3/_4$	$-17^1/_6$	12.2
															$97^1/_2$	—21.5	15.4

Aus diesen Punkten ergab sich nach den obigen Formeln für die einzelnen Klassen:

Klasse	A	D	$\sigma = 90°$	Anzahl der Punkte
I	$9^m.5—9^m.1$	192° 1′.1	43° 16′.4	—8° 31′.8	40
II	9.0—8.6	195 43.1	33 47.1	—1 1.5	48
III	8.5—8.1	195 3.4	32 59.8	—0 1.0	43
IV	8.0—7.6	195 40.8	34 26.7	—2 42.7	46
V	7.5—7.1	191 26.5	25 47.5	+2 56.0	43
VI	7.0—6.6	192 10.0	38 5.4	—5 27.7	49

Die Uebereinstimmung der Pole unter einander ist als eine sehr schlechte zu bezeichnen und man darf von vornherein nicht erwarten, in den später zu bestimmenden β für die einzelnen Klassen einen bestimmten Gang ausgesprochen zu finden, da β ja bekanntlich sehr klein ist, der nach diesen Zahlen angenommene Ort des Poles aber um mehrere Grade falsch sein kann. Wenngleich die graphisch ermittelten Punkte, die dieser Rechnung zu Grunde liegen, aus Curven resultiren, von denen die eine Art sich auf immer 10°, die andere sich auf 5° von einander abstehende Punkte stützt, und somit dem Orte jedes Punktes ein wahrscheinlicher Fehler von mehreren Graden zugetraut werden muss, so wurde dennoch eine bessere Congruenz in den daraus abgeleiteten Polen erwartet, die sich auf 45 solche Punkte im Mittel gründen. Dass die Uebereinstimmung in den Declinationen so sehr viel schlechter ist als in den Rectascensionen, rührt daher, dass die Kreise, auf denen unsere Punkte liegen, nicht geschlossen sind, sondern in —23° Declination abbrechen und dabei fast symmetrisch zum Stundenkreise 12^h liegen. Es wird daher ein Verschieben des erhaltenen Poles in Declination denselben in fast demselben Abstand σ von den bei 6^h und 18^h gelegenen Punkten belassen und nur das σ gegen die bei 0^h stehenden Punkte verändern, so dass gewissermassen auf diesen allein die Declination des Poles beruht. Ein Verschieben in Rectascension aber würde den Pol sofort den Sternen in 6^h näher bringen und von denen in 18^h entfernen, oder umgekehrt, hier würden die σ wachsen, dort abnehmen und aus diesem Grunde ist die Rectascension verhältnissmässig sicher bestimmt.

Aus diesen Polen wurde mit Ausschluss des ersten auf den Sternen $9^m.1—9^m.5$ beruhenden ein Mittel gebildet, indem das Gewicht für jede Klasse der Anzahl der Sterne in derselben proportional gesetzt wurde. Der Ausschluss rechtfertigt sich, weil bekannt ist, dass die B. D. in der Angabe der Sterne $9^m.1—9^m.5$ unvollständig ist und dass diese Unvollständigkeit möglicherweise keine gleichmässige, sondern eine Function der Höhe und vielleicht der Jahreszeit der Beobachtung, d. h. eine Function der Declination und Rectascension ist. Es muss auch sofort in der Tabelle p. 58 (und auch etwas in der p. 57) auffallen, wie sich ein bei den helleren Sternen nicht vorhandenes Maximum in allen Rectascensionen am Pole zeigt, herrührend davon, dass bei der langsameren Bewegung der Sterne auch viel schwächere als 9.5 noch erblickt wurden, die sonst übersehen worden wären. Die Ansetzung des Gewichtes aber wurde so getroffen, weil zufällige Fehler weniger bei grossen als bei kleinen Sternzahlen zu erwarten sind und somit die Curven für die Bestimmung der Punkte grösster Sterndichten um so sicherer verlaufen, auf je grösseren Zahlen sie beruhen. Dergestalt fand sich im Mittel aus den 5 Grössenklassen 9.0—6.6

$$A = 195°\,9'.6 \quad D = 33°\,12'.6.$$

Hiermit wurden nun die Grössen σ und ψ für die einzelnen Punkte jeder der 5 Sternklassen berechnet. Daran schloss sich die Berechnung derselben Grössen für die Sterne 6.00 Pick. —6.5 B. D. Als dann aber die Rechnung auf 102 Punkte, die dem Planisfero II Schiaparelli's entnommen waren und die Maximalsterndichten der Klasse 5.00—5.99 P. darstellten, ausgedehnt wurde, zeigten die σ, die auch bei den früheren Klassen keineswegs befriedigten, so ungeheuere Abweichungen von ihrem Mittel — die Werthe $\sigma—90 = \beta$ schwanken zwischen +28° und —17° — und vor allem einen derartig ausgesprochenen Gang mit $(\alpha—A)$ resp. ψ, dass für diese Sternklasse der Pol verworfen werden musste. Die Punkte derselben umschliessen den Himmel vollständig, da auch Gould's Grössenschätzungen des südlichen Himmels hinzugenommen sind, und da sich bei diametral gegenüberstehenden Punkten in der Regel verschiedene Vorzeichen von β zeigten, so war dies ein vollgültiger Beweis dafür, dass ein Verschieben des Poles von den einen Sternen in der Richtung nach den 180° entfernten die Uebereinstimmung der β bedeutend bessern würde.

Es wurde daher aus diesen Punkten grösster Sterndichten der Klasse 5.00 — 5.99 P. selbständig ein Pol berechnet, nachdem auch hier die Punkte graphisch dargestellt und die stark abweichenden Punkte ausgeschlossen waren. Es blieben ihrer 78 und aus diesen fand sich für den Pol der Hauptebene:

$$A = 190°\,45'.43 \quad D = +23°\,44'.85 \quad \sigma = 90 + 4°\,5'.44,$$

der also in beiden Coordinaten sehr beträchtlich von dem früheren abweicht. Mit diesem Pole wurden Grössen ψ und σ gerechnet für die Sterne 6.00 P. — 6.5 B. D. und 6.6—7.0, 7.1—7.5, 8.6—9.0 B. D. Weiter wurden die

Versuche nicht ausgedehnt, da jetzt wieder für die schwächeren Sterne die σ so schlecht stimmten, dass dieser Pol nicht für ihre Berechnung verwendet werden konnte.

Um wenigstens auf dem betretenen Wege vorwärts zu kommen, wurde nun ein dritter Pol bestimmt, der einfach in die Mitte von den beiden ersten gelegt wurde, indem beiden früheren Polen, dem einen, weil er aus einem geschlossenen Kreise aber wenigen Punkten, dem andern, weil er nur aus einem Kreisstücke, aber vielen Punkten erhalten war, gleiches Gewicht beigelegt wurde. So fand sich

Pol aus den schwächeren Sternen $A = 195°9'.6 \quad D = +33°21'.6$

» » » Sternen 5.00—5.99 $A = 190°45'.4 \quad D = +23°44'.8$

mittlerer Pol $A = 192°57'.5 \quad D = 28°33'.2$

Dieser Pol stimmt ziemlich überein mit den beiden von Houzeau in der Uranometrie générale p. 17 ff. aus seinen 33 points d'eclat maximum de la Voie lactée bestimmten. Houzeau sucht daselbst die Correction des von Struve in den Etudes d'Astronomie stellaire p. 62 gegebenen Poles mittels Formeln, die voraussetzen, dass der neue Pol von jenen 33 points um 90° abstehe, eine Voraussetzung, die nur genähert richtig zu sein braucht. Er findet so ohne Annahme von Gewichten für die einzelnen Punkte

$$A = 191°7'.5 \quad D = +28°47' \quad \beta = +48'$$

mit Gewichten aber, die nach der Grösse des Glanzes der einzelnen Punkte angenommen sind und zwischen 4 und $^3/_4$ schwanken $A = 192°16'.5 \quad D = +27°30' \quad \beta = +20'$

und gibt letzterem Werth den Vorzug.

Um einmal zu untersuchen, welchen Einfluss die Voraussetzung, dass $\sigma = 90°$ sei, anstatt dasselbe mit als Unbekannte einzuführen, gehabt, wurde auf Houzeau's Punkte das Formelsystem von Seite 59 angewandt und zwar ohne Benutzung der Gewichte, die vielleicht in engeren Grenzen hätten angenommen werden sollen. So findet sich $A = 191°9'.5 \quad D = 29°19' \quad \beta = +35'.4$

also nur sehr wenig von Houzeau's erstem Werthe verschieden. Man wird übrigens bemerken, dass die 33 points d'éclat maximum sehr ungleich über den Himmel vertheilt sind, indem zwischen 16^h und 22^h, also auf $^1/_4$ des Umkreises 23 derselben stehen und somit auf die andern $^3/_4$ der Milchstrasse nur 10 kommen. Schliesst man den einen Punkt No. 10, der ziemlich aus der Reihe der übrigen abweicht, aus, so ergeben die andern 32 Punkte: $A = 190°24'.3 \quad D = +28°13' \quad \beta = +1°16'.2$.

Uebrigens lassen sich Houzeau's und die hier vorgenommenen Untersuchungen nicht ohne weiteres in Beziehung setzen, weil seine points wahrscheinlich in dem Milchstrassenringe liegen, der den centralen Sternhaufen umgibt, und nicht mit Sicherheit behauptet werden kann, dass sich dieser Ring in der Hauptebene befinde, der hier die Punkte der Maximaldichten entnommen sind.

Mit dem dritten, mittleren Pole wurden nun die Grössen σ und ψ für alle Sternklassen berechnet und es finden sich folgende Ueberschüsse von σ über 90°, d. h. folgende β als Mittel aus allen Maximaldichten derselben Klasse:

Grösse	β	Anzahl der Punkte	Grösse	β	Anzahl der Punkte
9.5—9.1	+0°.944	40	6.5 —6.00	+ 3°.482	41
9.0—8.6	+1.470	48	5.99—5.00	+ 4.785	78
8.5—8.1	+2.110	43	4.99—4.00	+ 4.141	49
8.0—7.6	+1.340	44	3.99—3.00	+11.713	28
7.5—7.1	+2.156	40	2.99—2.00	+ 9.639	27
7.0—6.6	+2.434	42			

§ 15. **Die Milchstrasse scheint eine gebrochene Ebene zu sein. Bestimmung ihrer beiden Pole.**

Im Allgemeinen findet sich in dem Gange der β das Gesetz des Wachsens mit wachsender Helligkeit leidlich bestätigt. Und man würde die Untersuchung mit diesen β unbedenklich fortsetzen, wenn nicht ein genauerer Blick auf die β der schwächeren Klassen unter 6.6 ein merkwürdiges, allen eigenthümliches Gesetz offenbarte. Es zeigen nämlich die σ einen ausgesprochenen Gang nach den ψ, der aber nicht ein einfach periodischer ist, sondern plötzlich etwa bei $\psi = 130°$ sich in den entgegengesetzten verkehrt, in diesem verharrt bis etwa $\psi = 240°$ und dann nochmals seinen Sinn umkehrt. Zur besseren Veranschaulichung sind in der beigefügten Tafel für jede der 6 Klassen der schwächeren Sterne die Abweichungen β von der Hauptebene graphisch dargestellt. Die Abscissen der Darstellung sind die Positionswinkel am galactischen Pol ψ und die

Ordinaten die β. Die eigenthümliche Gestalt der Curven tritt am besten bei den schwächeren Sternen hervor, weil hier die Lage der einzelnen Dichtigkeitspunkte weniger von zufälligen Fehlern beeinflusst wird als bei den helleren.

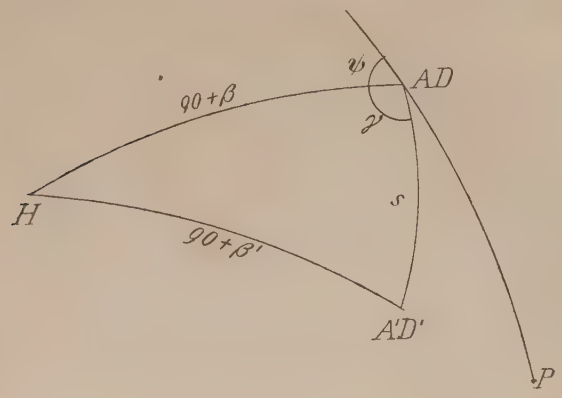
Wären die Abweichungen in den β bloss zufälligen Fehlern verdankt, so würden die einzelnen Punkte regellos um eine Gerade, die zur Abscissenaxe im Abstande des mittleren β parallel wäre, herumliegen. Läge der Fehler an der Annahme des Poles, so würden die einzelnen Punkte im wesentlichen auf einer Sinuslinie liegen, welche die Axe nur in zwei beinahe 180° von einander entfernten Punkten schnitte. Die hier gefundene Art der Abweichung der Punkte kann solchergestalt nicht erklärt werden, sie muss in der Natur der Lage der Punkte im Raum ihren Grund haben.

Es reicht aus zur Erklärung der entstehenden Curve anzunehmen, dass die Hauptebene keine einfache Ebene, sondern vielmehr eine (wie zunächst angenommen werden muss) geradlinig gebrochene sei. Denn in diesem Falle wird die Kugel den einen Theil der Hauptebene zunächst in einen Kreisbogen schneiden, wird, sobald sie an die Bruchstelle gelangt, absetzen, den zweiten Theil in einem anders gerichteten Kreisbogen durchsetzen, bis sie die Bruchstelle zum zweitenmal erreicht, von neuem absetzen und einen weiteren Bogen des zuerst erhaltenen Kreises erzeugen. In der That sieht man, dass die beiden äussern Aeste der dreitheiligen Curven unserer Tafel sich durch einen unterhalb des Mittelstücks und zu diesem ungefähr symmetrisch gedachten Bogen bequem zu einer einzigen Curve verbinden lassen. Hat man nun als bisherige Hauptebene eine solche angenommen, deren Pol irgendwo zwischen den Polen der beiden Theile der Hauptebene liegt, so werden die auf diese Hauptebene bezogenen β in graphischer Darstellung eine Curve erzeugen, die plötzlich abbricht und das Vorzeichen ihres ersten Differentialquotienten umkehrt, sobald die β an die Trennungsstelle kommen und nicht mehr demselben Theile der Hauptebene zugehören.

Früher schon ist diese Gestalt der Hauptebene vermuthet von W. Struve in den Etudes p. 82. Er sagt dort: Mais comment expliquer à présent la déviation de la voie lactée de la forme du grand cercle? Voici, ce que je pense. La couche la plus condensée des étoiles ne forme point un plan parfait, mais plutôt un plan brisé; ou bien elle se trouve dans deux plans, inclinés l'un sur l'autre d'environ 10° et dont l'intersection est placée a peu près dans le plan de l'équateur céleste, le soleil se trouvant à une petite distance de cette ligne d'intersection vers le point 13^h de l'équateur.

Wird nunmehr die Milchstrasse nicht als eine einfache, sondern als eine gebrochene Ebene betrachtet, so müssen die Pole beider Theile getrennt bestimmt werden. Es sollen zur Unterscheidung jener Theil, dem das mittlere Stück der dreitheiligen Curve zugehört, als secundäre, jener aber, dem die durch den gedachten Kreisbogen vereinigten äusseren Stücke entstammen, als primäre Hauptebene bezeichnet werden. Wie sich später ergibt, sind die charakteristischen Merkmale beider, dass das von der Sonne auf die primäre Hauptebene gefällte Perpendikel kürzer ist als das zur secundären herabgelassene und dass die primäre Hauptebene selbst, die secundäre aber nur in ihrer Erweiterung von diesen Perpendikeln getroffen werden. Ueber die Entfernung der Trennungslinie können wir vorläufig soviel ersehen, dass sie in der Entfernung der Sterne 6^{ter} Grösse zu liegen scheint, weil die Sternklassen 6.6—9.5 die geschilderte Abweichung in den β zeigen, die Sternklasse 6.0—6.5 sie andeutet, die helleren Sterne aber nicht mehr auf eine Existenz derselben hinweisen; es scheinen somit die mit Radien $< r_6$ beschriebenen Kugeln die secundäre Hauptebene nicht mehr zu erreichen.

Es sind nun die Punkte jeder Sternklasse in zwei Categorien getrennt worden, indem ihre Zugehörigkeit zur primären oder secundären Hauptebene entschieden wurde, je nachdem sie auf dem ersten und dritten je 60° oder auf dem zweiten etwa 120—140° langen Stück der dreitheiligen Curve zu liegen kamen. Für die Punkte, die dort liegen, wo die Curve ihre Richtung plötzlich ändert, ist diese Trennung unsicher, weil man einen solchen Punkt ebenso gut der einen wie der andern Hauptebene zurechnen kann. Indess wird gerade hier ein Irrthum nicht von grossem Belang sein, da diese Punkte in der Nähe der Trennungslinie stehen. Es wird sich nun empfehlen, jetzt nicht mehr nach dem früheren Formelsystem zu rechnen, sondern Differentialformeln anzuwenden und ein ΔA und ΔD zu dem A und D des bisherigen Poles zu bestimmen.



Sei P der äquatoreale, $A\,D$ der bisherige galactische, $A^1\,D^1$ der neue gesuchte galactische Pol, H ein Punkt grösster Dichtigkeit, so ist der Bogen $A\,D\,H$ bekannt als $\sigma = 90 + \beta$, ebenso der Positionswinkel dieses Bogens ψ, gesucht ist der Bogen s zwischen den beiden Polen und γ, der Positionswinkel von s an $A\,D$.

Führen wir noch den Bogen $H A^1 D^1 = \sigma^1 = 90 + \beta^1$ ein, so wird

$$\begin{aligned}\sin \beta^1 &= \sin \beta \cos s - \cos \beta \sin s \cos (\gamma - \psi)\\ &= \sin \beta \cos s - \cos \beta \cos \psi \sin s \cos \gamma - \cos \beta \sin \psi \sin s \sin \gamma\end{aligned}$$

oder

$$\sin \beta = \frac{\sin \beta^1}{\cos s} + \cos \beta \cos \psi \operatorname{tg} s \cos \gamma + \cos \beta \sin \psi \operatorname{tg} s \sin \gamma.$$

Wird dann

$$\frac{\sin \beta^1}{\cos s} = x,\ \operatorname{tg} s \cos \gamma = y,\ \operatorname{tg} s \sin \gamma = z$$

gesetzt, so resultiren aus der Gleichung

$$\sin \beta = x + y \cos \beta \cos \psi + z \cos \beta \sin \psi$$

oder

$$\operatorname{tg} \beta = x \sec \beta + y \cos \psi + z \sin \psi$$

nach der Methode der kleinsten Quadrate, da β und ψ für jeden Punkt bekannt sind, die x, y, z und aus ihnen — nur scheinbar zweideutig — die s und γ sowie das zunächst überflüssige β^1. Die äquatorealen Coordinaten des neuen Poles sind dann zu erhalten aus:

$$\begin{aligned}\sin D^1 &= \cos s \sin D - \sin s \cos D \cos \gamma\\ \cos D^1 \sin (A^1 - A) &= \sin s \sin \gamma\\ \cos D^1 \cos (A^1 - A) &= \cos s \cos D + \sin s \sin D \cos \gamma\end{aligned}$$

Da aber die Veränderungen in dem Orte des Poles nicht beträchtlich sein werden für die beiden Hauptebenen, so reicht es aus, die ursprüngliche Gleichung

$$\cos \sigma = \sin \delta \sin D + \cos \delta \cos D \cos (\alpha - A)$$

zu differenziren in

$$\begin{aligned}-\sin \sigma\, d\sigma &= \{\sin \delta \cos D - \cos \delta \sin D \cos (\alpha - A)\}\, dD + \cos \delta \cos D \sin (\alpha - A)\, dA\\ &= -\sin \sigma \cos \psi\, dD + \sin \sigma \sin \psi\, dA \cos D\end{aligned}$$

oder

$$d\sigma = \cos \psi\, dD - \sin \psi\, dA \cos D$$

wofür auch

$$d\beta = \cos \psi\, dD - \sin \psi\, dA \cos D$$

geschrieben werden darf. Es soll nun zu den einzelnen β der verschiedenen Punkte ein $d\beta$ derart ermittelt werden, dass $\beta + d\beta$ stets einen und denselben Werth β^1 erlangt. Daher resultirt die Gleichung:

$$\beta^1 = \beta + \cos \psi\, dD - \sin \psi\, dA \cos D,$$

worin β und ψ gegeben sind; und wenn allen Gleichungen dasselbe Gewicht zuertheilt wird, so erhalten wir als Normalgleichungen:

$$\begin{aligned}n\beta^1 - dD \Sigma \cos \psi + dA \cos D \Sigma \sin \psi &= \Sigma \beta\\ \beta^1 \Sigma \cos \psi - dD \Sigma \cos^2 \psi + dA \cos D \Sigma \tfrac{1}{2} \sin 2\psi &= \Sigma \beta \cos \psi\\ \beta^1 \Sigma \sin \psi - dD \Sigma \tfrac{1}{2} \sin 2\psi + dA \cos D \Sigma \sin^2 \psi &= \Sigma \beta \sin \psi,\end{aligned}$$

wenn n die jedesmalige Anzahl der Punkte bedeutet. Es ergibt sich auf diesem Wege:

für die primäre Hauptebene

Klasse	Anzahl der Punkte	$\log dA \cos D$	$\log dD$	$\log \beta^1$	Gewicht der Klasse
9.5—9.1	15	0.8566_n	0.9660_n	9.9501	3
9.0—8.6	25	0.6924_n	0.9607_n	0.2550	4
8.5—8.1	23	0.5179_n	0.9459_n	0.3328	2
8.0—7.6	28	0.5362_n	1.1360_n	0.3162	1

für die secundäre Hauptebene

9.5—9.1	24	9.7636_n	1.3343	1.1926_n	3
9.0—8.6	23	0.4041_n	1.4816	1.3603_n	4
8.5—8.1	20	0.0993_n	1.4566	1.3270_n	2
8.0—7.6	18	0.0487_n	1.5027	1.4149_n	1

Die helleren Klassen wurden nicht mitgenommen bei dieser Bestimmung, weil ihr Gewicht doch nur klein ist gegenüber dem der übrigen. Den Klassen wurden die Gewichte 3, 4, 2, 1 gegeben, bei den drei helleren ungefähr entsprechend den Anzahlen der Sterne, die sie überhaupt enthalten, das Gewicht der ersten ist von 8 auf 3 heruntergemindert worden aus bekannten Gründen. Indem dann die Gewichte der einzelnen Unbe-

kannten, die von der Zahl der zu der Bestimmung verwandten Punkte abhängen, multiplizirt wurden mit den Klassengewichten, resultiren die Mittel

primäre Hauptebene $dA = +3°40'.1$ $dD = -9°52'.8$

secundäre » $dA = -1°51'.6$ $dD = +27°12'$,

womit die primäre Hauptebene den Pol $A = 196°.63$ $D = 18°.67$

» secundäre » » Pol $A = 191°.10$ $D = 55°.75$ } erhält.

Nun würde zwar, namentlich bei dem grossen dD der secundären Hauptebene eine zweite Näherung erwünscht sein; da aber, wie später sich herausstellt, mit dem vorliegenden Material definitive Resultate doch nicht erlangt werden können, so wurden diese Pole beibehalten und nun aus ihnen die Grössen σ und ψ wie früher für die einzelnen Sternklassen berechnet, nachdem die Hülfsgrössen m^1 und M^1 aus

$$m^1 \sin M^1 = \sin D$$
$$m^1 \cos M^1 = \cos D \cos (\alpha - A)$$

erhalten und mit dem Argumente $(\alpha - A)$ tabulirt worden waren. Dann ist

$$\sin \beta = -m \cos (M - \delta);$$
$$\sin \psi = \sec \beta \cos \delta \sin (\alpha - A).$$

Im Mittel fanden sich so folgende β:

	Primäre Hauptebene			Secundäre Hauptebene		
Sternklasse	β	Punktzahl	m. F.	β	Punktzahl	m. F.
9.5 —9.1	+ 0°.763	15	±1°.11	—19°.985	24	±0°.40
9.0 —8.6	+ 2.051	25	±0.51	—20.557	23	±0.40
8.5 —8.1	+ 2.458	23	±0.47	—19.927	20	±0.34
8.0 —7.6	+ 1.238	28	±0.96	—21.628	18	±0.48
7.5 —7.1	+ 1.803	26	±1.24	—21.411	17	±0.83
7.0 —6.6	+ 1.480	26	±1.15	—21.218	19	±1.14
6.5 —6.00	+ 4.595	25	±1.59	—19.954	13	±1.61
5.99—5.00	+ 5.012	78	±0.79			
4.99—4.00	+ 3.662	49	±2.19			
3.99—3.00	+12.378	31	±2.61			
2.99—2.00	+ 8.427	27	±3.79			

Man kann die Reihe der β keine befriedigende nennen. Es zeigt sich für die primäre Hauptebene zwar ein Wachsen des β mit wachsender Helligkeit, aber es könnte regelmässiger sein; doch wird man bedenken müssen, dass die Abweichungen der β von dem regelmässigen Gange vollständig innerhalb ihrer mittleren Fehler liegen. Dagegen hätte bei der secundären Hauptebene ein viel entschiedeneres Wachsen erwartet werden dürfen bei den grossen Anfangswerthen von β, in Wahrheit zeigt sich hier überhaupt kein Wachsen mit Sicherheit ausgesprochen. Die Schuld davon kann daran liegen, dass eine Verschiebung des Poles in dem grössten Kreise, der den für die secundäre Hauptebene gegebenen Kreisbogen in dessen Mitte senkrecht schneidet, die σ für die einzelnen Punkte des Kreises zwar verändern wird, aber bei kleinen Verschiebungen für alle beinahe gleichmässig, so dass also der Ort des Poles in der Richtung dieses grössten Kreises ziemlich unsicher bestimmt wird, diese Unsicherheit aber wirft sich fast vollständig auf die Declination, da der Kreisbogen nahezu zu 12^h symmetrisch liegt. Es wurde nun, um diese Unsicherheit zu umgehen, eine erneute Bestimmung dieses zweiten Poles vorgenommen, diesmal aus allen Sternklassen zusammen mit Vorschreiben der Bedingung, dass

$$Z_2 = r_m \sin \beta_m = r_n \sin \beta_n \text{ ist.}$$

Dadurch wird $r \sin \beta = -r \{ \sin \delta \sin D + \cos \delta \cos D \cos (\alpha - A) \} = Z_2$

und wenn wieder gesetzt wird:

$$x = \frac{Z_2}{\sin D},\ y = \operatorname{cotg} D \cos A,\ z = \operatorname{cotg} D \sin A \text{ so wird}$$
$$x \sec \delta - y\, r \cos \alpha - z\, r \sin \alpha = r \operatorname{tg} \delta,$$

eine Gleichung, zu der nun alle Sternklassen 6.0—9.5 beitragen. Dabei wurden den Klassen folgende Gewichte zuertheilt:

6.00—6.5	Gewicht = 1	7.6—8.0	Gewicht = 8	8.6—9.0	Gewicht = 32
6.6 —7.0	» = 2	8.1—8.5	» = 16	9.1—9.5	» = 24
7.1 —7.5	» = 4				

und dann die Normalgleichungen

$$x\,\Sigma p \sec^2\delta \quad -y\,\Sigma pr\cos\alpha\sec\delta - z\,\Sigma pr\sin\alpha\sec\delta = \Sigma pr\sec\delta\,\mathrm{tg}\,\delta$$

$$x\,\Sigma pr\cos\alpha\sec\delta - y\,\Sigma pr^2\cos^2\alpha \quad -z\,\Sigma\frac{pr^2}{2}\sin 2\alpha = \Sigma pr^2\,\mathrm{tg}\,\delta\cos\alpha$$

$$x\,\Sigma pr\sin\alpha\sec\delta - y\,\Sigma\frac{pr^2}{2}\sin 2\alpha \quad -z\,\Sigma pr^2\sin^2\alpha \quad = \Sigma pr^2\,\mathrm{tg}\,\delta\sin\alpha$$

erhalten; die Summen sind hier über alle 7 Klassen auszudehnen. Aus diesen Normalgleichungen wurde x, y, z und damit

$$A = 191°48' \quad D = 38°51' \quad Z_2 = 2.711 \text{ gefunden.}$$

Es wurde darauf wieder ein Täfelchen für m^1, M^1 berechnet und damit die β für jeden Punkt gesucht. Vereinigt man diese zu Mitteln für jede Klasse, so ergeben sich die folgenden Zahlen:

Grösse	β	Grösse	β
9.5—9.1	—5°947	7.5—7.1	—6°984
9.0—8.6	—7.107	7.0—6.6	—6.565
8.5—8.1	—5.814	6.5—6.00	—4.586
8.0—7.6	—7.177		

Von einem Anwachsen der β ist also bei dieser Hypothese erst recht keine Rede, dagegen zeigen hier die β innerhalb der einzelnen Sternklassen einen systematischen Gang, indem ihre absoluten Werthe von dem einen Ende des Kreisbogens bis zur Mitte abnehmen und von da bis zum andern Ende wieder anwachsen, was andeutet, dass der Pol in zu grosser Entfernung vom Kreisbogen angenommen ist.

§ 16. **Die Milchstrasse besteht aus zwei sich durchschneidenden Ebenen. Bestimmung ihrer Lage im Raum.**

Der Grund für die schlechte Uebereinstimmung sowohl der für die primäre als der für die secundäre Hauptebene gefundenen β liegt darin, dass die Hauptebene der Milchstrasse nicht eine gebrochene Ebene ist, sondern aus zwei sich durchdringenden Ebenen besteht, dass also sowohl die primäre als die secundäre Hauptebene über die Trennungslinie hinüber erweitert sind. Dass dem so ist, wird man gewahr, wenn man jetzt den Blick in den Tafeln, welche die auf gleiche Flächen reducirten Sternzahlen (aber nicht die Mittel aus je 9) enthalten, auf die Stelle richtet, in welcher die Trennungslinie der beiden Hauptebenen zu suchen ist. Da die Rectascensionen beider Pole nahezu in 13^h liegen, so wird der uns nächste Punkt der Trennungslinie in 1^h und zwar vom primären Pol nahezu 95°, vom secundären etwa 70° entfernt sein, also etwa in 55 bis 60 Grad Declination. Dort aber finden sich in allen Sternklassen für den Stundenkreis 1^h und die nächstbenachbarten 2 Maxima der Sternzahlen vor, die sich nur erklären lassen durch die Annahme, dass hier der Stundenkreis der Reihe nach durch 2 Ebenen grösster Dichtigkeit hindurchgeht. Diese Ebenen können nicht wie anfangs nebeneinander, d. h. so angenommen werden, dass die eine die Fortsetzung der andern von einer gewissen Trennungsstelle an bildet, unter irgend einem Winkel gegen dieselben geneigt, sondern sie müssen sich thatsächlich räumlich schneiden.

Zuerst sollen nun aus unsern Daten, so mangelhaft sie auch sein mögen, alle Angaben über diese beiden Ebenen und ihre Durchschnittslinie abgeleitet werden. Aus dem mittleren β jeder Sternklasse wurde nach der Formel $Z = r_m \sin\beta_m$ die Länge des Perpendikels von der Sonne auf die betreffende Hauptebene abgeleitet. Dabei ist r_m gleich dem mittleren Radius der Sterne dieser Klasse anzusetzen. Unter der Voraussetzung, dass die Sterne der Grössenklasse $m - n$ zwischen den mit r_m und r_n beschriebenen Kugeln stehen, in dem Kreisringe aber, den diese in der Ebene der Milchstrasse ausschneiden, im Mittel gleichmässig vertheilt sind, wird die mittlere Entfernung derselben

$$R = \frac{\Sigma r}{n} = \frac{\int_{r_n}^{r_m} 2\pi r \cdot r \cdot dr}{\int_{r_n}^{r_m} 2\pi r\, dr} = \frac{2}{3}\,\frac{r_m^3 - r_n^3}{r_m^2 - r_n^2} \text{ sein.}$$

Mit den so berechneten mittleren Radien wird aus den β für den Abstand der Hauptebenen gefunden

Klasse	primäre Hauptebene $\log Z_1$	secundäre Hauptebene $\log Z_2$
9.5 —9.1	9.7090	1.1184
9.0 —8.6	9.9826	0.9743
8.5 —8.1	9.9724	0.8726
8.0 —7.6	9.5851	0.8169
7.5 —7.1	9.6578	0.7226
7.0 —6.6	9.4818	0.6295
6.5 —6.00	9.8740	0.5014
5.99—5.00	9.7593	
4.99—4.00	9.4236	
3.99—3.00	9.7496	
2.99—2.00	9.3846	

Die Werthe für die $\log Z_1$ stimmen leidlich untereinander, die für $\log Z_2$ aber sind sehr unbefriedigend, indem sich ein vollständiger Gang in ihnen zeigt, eine Folge davon, dass die β hier kein Anwachsen zeigten. Bildet man aus beiden Reihen das Mittel mit den Gewichten die für jede Grössenklasse als umgekehrt dem Quadrate des mittleren Fehlers von β angesetzt wurden, so findet sich

$$Z_1 = 0.759 \pm 0.111 \qquad Z_2 = 8.754$$
$$\log Z_1 = 9.8801 \qquad \log Z_2 = 0.9422$$

Für Z_2 ist der mittlere Fehler nicht angegeben, da derselbe nur zu einer irrigen, d. h. zu vortheilhaften Auffassung des Werthes von Z_2 verleiten würde. Dieser ist offenbar noch mit bedeutenden systematischen Fehlern verknüpft, sonst könnte sich nicht der obige Gang in den Werthen von Z_2 zeigen. Die positiven Werthe der β_1, die negativen dagegen der β_2 zeigen, dass die primäre Hauptebene, wenn wir nach dem angegebenen Pole derselben blicken in der Rückwärtsverlängerung dieser Richtung, die secundäre Ebene aber, wenn das Auge nach deren angezeigtem Pole sieht, in der Richtung des Blickes selbst liegt. Künftig wollen wir mit Pol der Hauptebene nur den einen Punkt bezeichnen, welcher in der Verlängerung des von der Sonne auf diese Hauptebene gefällten Perpendikels liegt und von dem somit die Punkte dieser Hauptebene sämmtlich um weniger als einen Rechten abstehen. Dann ist für den Pol der primären Hauptebene der Punkt $A = 16°.63$ $D = -18°.67$ einzuführen. Der Winkel ε, den beide Hauptebenen mit einander bilden oder das Supplement des von den Perpendikeln Z_1 und Z_2 eingeschlossenen Winkels wird erhalten durch

$$-\cos\varepsilon = \sin D_1 \sin D_2 + \cos D_1 \cos D_2 \cos(A_1 - A_2)$$

und findet sich zu $37°.3$. Die Ebene, in der beide Pole und beide Perpendikel liegen, und die also auf der Schnittlinie senkrecht steht, habe den Pol P, Q, d. h. P sei die A. R., Q die Decl. dieses Poles, dann ist

$$\sin Q \sin D_1 + \cos Q \cos D_1 \cos(P - A_1) = 0$$
$$\sin Q \sin D_2 + \cos Q \cos D_2 \cos(P - A_2) = 0$$

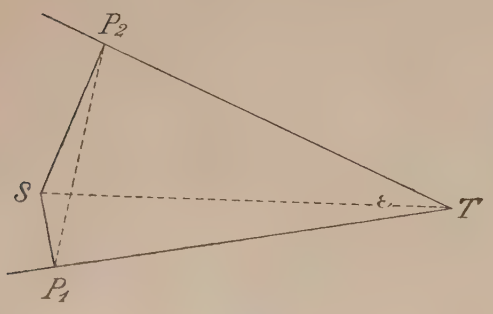
woraus $\cos(P - A_1)\operatorname{cotg} D_1 = \cos(P - A_2)\operatorname{cotg} D_2$

oder $$\operatorname{tg} P = \frac{\cos A_2 \operatorname{cotg} D_2 - \cos A_1 \operatorname{cotg} D_1}{\sin A_1 \operatorname{cotg} D_1 - \sin A_2 \operatorname{cotg} D_2}$$

und dann $\operatorname{tg} Q = -\operatorname{cotg} D_1 \cos(P - A_1) = -\operatorname{cotg} D_2 \cos(P - A_2)$, folgt.

So findet sich $$P = \begin{cases} 108°.24 \\ 288°.24 \end{cases} \quad Q = \begin{cases} \pm 4°.84 \end{cases}$$

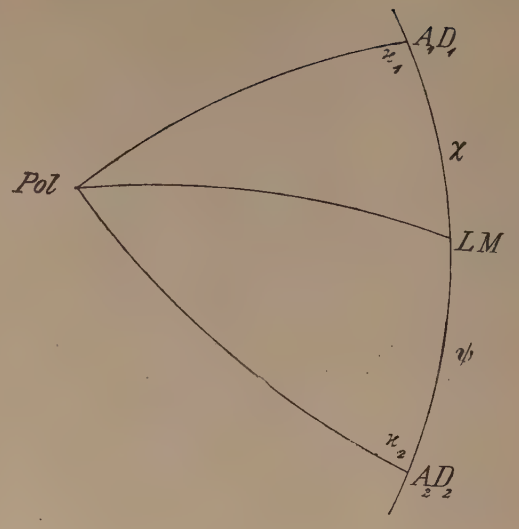
Die Richtung nach diesem Punkte ist der Schnittlinie parallel. Stelle jetzt die Ebene des Papiers die eben erwähnte Ebene dar und bedeuten in unserer Zeichnung S den Ort der Sonne P_1 und P_2 die Fusspunkte der von ihr in die Hauptebenen hinabgelassenen Senkrechten, T den uns nächsten Punkt der Schnittlinie beider Ebenen, ε den (schon bekannten) Winkel unter dem die Durchdringung der beiden erfolgt, so ist zu finden der Abstand $S\,T$, der mit ϱ bezeichnet werden soll. Es ist



$$\varrho = \frac{P_1 P_2}{\sin\varepsilon}, \text{ aber } P_1 P_2^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + 2 Z_1 Z_2 \cos\varepsilon$$

und es findet sich $P_1 P_2 = 9.369$ und $\log\varrho = 1.1891$, $\varrho = 15.45$.

Noch interessirt der Zielpunkt der Linie ϱ am Himmel, also die Richtung, in welcher der uns nächste Punkt der Schnittlinie zu suchen ist, dieser Zielpunkt habe die Coordinaten L, M.



Der Punkt LM liegt mit $A_1 D_1$ und $A_2 D_2$ in einem grössten Kreise, dessen Länge zwischen $A_1 D_1$ und $A_2 A_2$ bekannt $= 180 - \varepsilon$ ist;

die Länge $A_1 D_1$ bis LM aber ist $= \sphericalangle TSP_1 = \chi$
» » $A_2 D_2$ bis LM » » $= \sphericalangle TSP_2 = \psi$

der vorigen Figur. Ferner ist

$$\sin \chi = \frac{Z_2 + Z_1 \cos \varepsilon}{P_1 P_2}, \quad \sin \psi = \frac{Z_1 + Z_2 \cos \varepsilon}{P_1 P_2}$$

und
$$\sin M = \sin D_1 \cos \chi + \cos D_1 \sin \chi \cos \varkappa_1$$
$$= \sin D_1 \cos \chi + \cos D_1 \sin \chi \cdot \frac{\sin D_2 + \sin D_1 \cos \varepsilon}{\cos D_1 \sin \varepsilon}$$
$$= \sin D_2 \cos \psi + \cos D_2 \sin \psi \cos \varkappa_2$$
$$= \sin D_2 \cos \psi + \cos D_2 \sin \psi \cdot \frac{\sin D_1 + \sin D_2 \cos \varepsilon}{\cos D_2 \sin \varepsilon}$$
$$= \frac{\sin D_1 (\cos \chi \sin \varepsilon + \sin \chi \cos \varepsilon) + \sin \chi \sin D_2}{\sin \varepsilon}$$
$$= \frac{\sin D_2 (\cos \psi \sin \varepsilon + \sin \psi \cos \varepsilon) + \sin \psi \sin D_1}{\sin \varepsilon}$$

Da $\varepsilon + \psi + \chi = 180°$, so werden beide Ausdrücke $\sin M = \frac{\sin D_1 \sin \psi + \sin D_2 \sin \chi}{\sin \varepsilon}$

oder
$$\sin M = \frac{(Z_1 + Z_2 \cos \varepsilon) \sin D_1 + (Z_2 + Z_1 \cos \varepsilon) \sin D_2}{P_1 P_2 \sin \varepsilon}.$$

Und
$$\sin (L - A_2) = \sin \varkappa_2 \frac{\sin \psi}{\cos M} = \frac{\sin (A_1 - A_2) \cos D_1 \sin \psi}{\cos M \sin \varepsilon}$$
$$\sin (A_1 - L) = \sin \varkappa_1 \frac{\sin \chi}{\cos M} = \frac{\sin (A_1 - A_2) \cos D_2 \sin \chi}{\cos M \sin \varepsilon}$$

Zur Controle hat man noch $\sin M \sin Q + \cos M \cos Q \cos (L - P) = 0$.

Es ergibt sich $L = 21°84$, $M = +36°6$.

Wenn thatsächlich, wie es nun scheint, das Milchstrassensystem aus zwei Ebenen besteht, die sich durchschneiden, dann ist ersichtlich, dass der hier eingeschlagene Weg von vornherein mit einem Mangel behaftet ist, der die schlechte Uebereinstimmung so mancher der gefundenen Resultate verschuldet, nämlich die Bildung von Mitteln der Sterndichten aus immer 9 zusammenliegenden Trapezen; denn, da die beiden Maxima nur um 2 höchstens 3 Trapeze in den günstigst verlaufenden Rectascensionskreisen auseinanderliegen, so werden durch diese Mittelnahme beide mit einander confundirt, so dass nur ein Maximum erscheint, welches dann der Rechnung zu Grunde gelegt ist. Man könnte nun daran denken, die Untersuchung zu wiederholen, sie stützend auf die noch nicht zu Mitteln vereinigten Sternzahlen. Dann ständen aber nur die wenigen Maxima in der Stunde 1^h und deren allernächster Nähe zu Gebote, wo der Stundenkreis durch beide Ebenen nahe senkrecht hindurchgeht. Für die anderen Stundenkreise, die schräger die beiden Ebenen, die so geringen Winkelabstand haben, durchsetzen, fliessen schon hier die beiden Maxima in einander über. Dasselbe gilt von den Declinationskreisen, die überhaupt niemals senkrecht die Ebenen durchschneiden. Nur die dem Aequator nahen zeigen mehrmals Spuren zweier ihrer Grösse nach allerdings sehr verschiedenen Maxima. Man wird daher erst hoffen können, präcisere Resultate zu erhalten, wenn man die Untersuchung wiederholt, nachdem die Sterne abgezählt sind in Trapezen, deren eines Seitenpaar überall möglichst senkrecht zu beiden Ebenen verläuft, wenn man also zum Pole der Abzählung einen Punkt macht, der etwa in der Mitte der beiden Pole der Hauptebenen liegt, also vielleicht den von Seeliger auch benutzten Houzeau'schen

$$A = 192^1/_4° \quad D = +27^1/_2°,$$

wofür Seeliger schon in dem Heft 2 des Jahrgangs 1886 der Sitzungsber. der K. b. Acad. d. Wiss. eine Skizze gegeben hat, die graphisch die Parallelkreise dieses Poles in ihrer Beziehung zu A. R. und Decl. darstellt. Werden die Sterne nach Trapezen abgezählt, die zwischen zwei solchen Parallelkreisen und den Bogen zweier äquidistanter grösster Kreise liegen, welche durch diesen Pol gehen, was allerdings keine kleine Arbeit ist, so werden, wenn man den Stundenkreisen dieses Poles entlang geht, überall zwei Maxima auftreten müssen, die dann der Rechnung zu Grunde zu legen sind, und ein genaueres Resultat sowohl über die Lage der beiden

Hauptebenen als auch in Fortsetzung der vorher beschriebenen Methode, die jetzt unterbleiben muss, über den Ort des allgemeinen Schwerpunkts aller Voraussicht nach erwarten lassen.*)

Vorläufig müssen wir uns mit dem begnügen, was aus dem vorliegenden Material sich auf diesem Wege ermitteln liess. Es sollte der nächste Punkt der Durchschnittslinie in der Richtung 21°84 R. A. und in der Entfernung 15.45, d. h. in der Entfernung etwa der Sterne $7^m.47$ liegen. In diesem Falle müssen die Kugeln, die die schwächeren Sterne tragen, auf den Hauptebenen zwei Kreise grösster Dichtigkeit ausschneiden, die bei 21°84, d. h. etwa zwischen 1^h und 1^h40 ein Maximum des Abstands haben, zu beiden Seiten dieser R. A. einander näher kommen, dann sich in zwei Punkten der Trennungslinie schneiden und weiter ihren Weg getrennt in immer grösserem Abstande fortsetzen. Dies zeigt sich auch in der That wenigstens genähert. Wir finden folgende Maxima:

Grösse	23^h0	23^h40	0^h20	1^h0	1^h40	2^h20
9.5—9.1	1041.9	922.3 1013.8	965.6 1062.6	962.1 956.1	1094.3	
9.0—8.6	251.6	212.2 294.0	227.0 225.0	219.6 223.4	266.1	
8.5—8.1		124.1	100.5 99.1	100.5 87.3	117.2	
8.0—7.6			70.7	50.4 69.6	50.4 52.0	61.4.

Dieselben stellen den Gang der beiden Kreisbögen dar, welche von uns aus gesehen, jenseits der Durchschnittslinie verlaufen und es zeigt sich sehr schön, dass die Stücke derselben immer kleiner werden und immer näher zusammenrücken, je näher wir den Sternen 7.5ter Grösse kommen, allerdings deuten sie den uns nächsten Punkt der Durchschnittlinie mehr in 0^h40 an, als in 1^h20, wie unsere Rechnung fordert. Ueber die Durchschnittspunkte hinaus können die beiden Kreise kaum getrennt verfolgt werden, weil hier schon die Stundenkreise zu schräg durch die Ebenen hindurchgehen, um die Maxima gesondert zu zeigen. Man bemerkt vielmehr nur zu beiden Seiten der Durchschnittspunkte ziemlich bedeutende Sterndichten, daher rührend, dass eben hier die Maxima sich überdecken und weil ja naturgemäss diese Punkte in der Durchschnittslinie selbst liegend eine grössere Dichtigkeit besitzen müssen, als die einzelnen Ebenen an jener Stelle allein aufweisen.

Für die Klasse 7.5—7.1 darf an dem uns nächsten Punkt der Trennungslinie nur ein Maximum erscheinen, und von da zu beiden Seiten immer zwei. In der That zeigt eine Betrachtung der Tabelle dieser Sternzahlen in 1^h0 ein maximum maximorum von 44.0, dann zu beiden Seiten in den Stundenkreisen 2 Maxima, die sich bald verwischen.

Die Kugeln der helleren Sterne erreichen die Durchschnittslinie gar nicht mehr, sie erzeugen zwei völlig getrennt verlaufende Kreise, die sich in 1^h am nächsten kommen werden. Sehr deutlich tritt dies bei den Klassen 6.6—7.0 und 6.00 P.—6.5 B. D. nicht hervor, das liegt aber mit an der geringen Zahl der hier in den polnahen Trapezen überhaupt stehenden Sterne und bei der Klasse 6.00—6.5 an der eigenartigen Entstehung derselben durch Subtraction zweier andern Klassen, nämlich 1—6.5 B. D. und 1—6.00 P. Der Uebelstand, der in der geringen Sternzahl der polnahen Trapeze liegt, welche mit einem grossen Reductionsfactor sec $\frac{\delta_1+\delta_2}{2}$ multiplicirt werden, der ihre Fehler mit vergrössert, wird bei jener andern vom Pole der Milchstrasse ausgehenden Abzählung auch vermieden.

Die Schiaparelli'schen planisferi können nicht mitreden, da ihre Sternzahlen für die Sterne 5.00—6.00 Mittel aus Trapezen sind die mindestens 15° Ausdehnung in beiden Coordinaten haben für die Sterne 2.00—3.00 aber mindestens 45°, sodass nothwendig beide Maxima in eines zusammenfliessen. Nur am südlichen Himmel in der Richtung nach 13^h, wo die Hauptebenen, wenn beide sich soweit in dieser Richtung fortsetzen, den grössten Abstand haben müssen, sind zwei getrennte Maxima von allerdings sehr verschiedener Stärke angedeutet, wenigstens bei den schwächeren dieser helleren Sterne. Allerdings würden ja die Kugeln der hellsten Grössenklassen die secundäre Hauptebene überhaupt nicht mehr schneiden, wenn diese thatsächlich das oben berechnete Z_2 besitzt, welches der Entfernung der Sterne $6^m.1$ entspricht, aber wohl zu gross sein dürfte.

Wie oben angeführt, ist noch ein zweiter Pol der secundären Hauptebene berechnet worden, mit einer den β vorgeschriebenen Bedingung, der allerdings weniger Wahrscheinlichkeit zu besitzen schien als der erste. Aus ihm folgt $Z_2 = 2.711$, was dem Abstand der Sterne $3^m.4$ gleichkommt. In der folgenden Zusammenstellung der erhaltenen Resultate sind die aus diesem zweiten Pole folgenden Werthe den aus dem ersten sich ergebenden in Klammern beigesetzt, um so recht die Unsicherheit, die den Resultaten noch anhaftet, vor Augen zu führen.

*) Diese Arbeit behält sich der Verfasser vor.

„Unser Sternhaufen besitzt nicht eine, sondern zwei Ebenen grösster Dichtigkeit, die sich über ihre Durchschnittslinie hindurch fortsetzen. Die erste, die primäre, wird von einer nach dem Punkte 16°6, —18°7 gezogenen Linie in einer Entfernung gleich dem 0.759 fachen der Sterne $1^m.0$ B. D. senkrecht getroffen, die zweite, secundäre, von einer nach dem Punkte 191°1, + 55°75 (191°8, + 38°85) in einer Entfernung, gleich dem 8.754 (2.711)-fachen der Sterne $1^m.0$ B. D. gerichteten Geraden. Oder ein Stern, der im Fusspunkte des von der Sonne auf die secundäre Hauptebene gefällten Perpendikels mit der mittleren Leuchtkraft der Sterne $1^m.0$ B. D. zu uns herüberglänzte, würde die Helligkeit 6.1 (3.4) besitzen. Die Durchschnittslinie beider Hauptebenen ist parallel zu der Richtung nach dem Punkte 288°2, + 4°8 (290°1, + 10°1), also nahezu dem Himmelsäquator parallel und die von der Sonne zu ihr hingezogene Senkrechte trifft sie in der Richtung nach 21°8, + 36°6 (34°1, + 53°7) in einer Entfernung ϱ gleich dem 15.45 (9.76)-fachen der Sterne $1^m.0$ B. D., d. h. in der mittleren Entfernng der Sterne $7^m.47$ ($6^m.37$); der Winkel, unter dem sich die Ebenen schneiden, ist = 37°3 (20°6).“

Struve vermuthet in den Etudes p. 82 den Abstand der Hauptebene, d. h. der primären, von uns zu 0.21 mal dem Abstand der Sterne 1^{ter} Grösse in Argelander's Uranometria nova und ihre Richtung, so dass die Sonne von ihr aus in 13^h gesehen wird, d. h. dass das von der Sonne auf sie gefällte Perpendikel nach 1^h zu verläuft, wie es ja hier auch gefunden wird. Die Zahl 0.21 wird erhalten aus der ungleichen Vertheilung der von Bessel zwischen + 15° und — 15° beobachteten Sterne gegen den Stundenkreis, der in $6^1/_2{}^h$ und $18^1/_2{}^h$ durch diese Zone hindurchgeht und etwa der mittleren Rectascension der Milchstrasse an dieser Stelle entspricht. In Anbetracht des dürftigen Materials der Struve'schen Untersuchung stimmt diese Distanz 0.21 und die hier gegebene 0.71 befriedigend, vor allem, weil beide die Milchstrasse in derselben Richtung von uns abstehen lassen.

Auch die von Struve in der zitirten Stelle ausgesprochene Vermuthung einer zweifachen Hauptebene ist leidlich bestätigt. Die Durchschnittslinie wird nach Struve in ihrem nächsten Punkte in 1^h zu suchen sein, hier findet sich dieser Punkt in $1^h 27^m$. Sie soll im Aequator liegen, hier findet sie sich zu diesem parallel (das ist wohl das sicherste unter allen erhaltenen Resultaten) und in dem Abstande $\varrho \sin 36°6$ ($\varrho \sin 53°7$) von demselben, was gleich dem 9.21 (7.87)-fachen des Abstandes der Sterne $1^m.0$ B. D. ist. Der Neigungswinkel beider Ebenen von Struve auf etwa 10° geschätzt, findet sich zu 37°3 (20°6).

So unbefriedigend aber auch die Resultate über die Lage der secundären Hauptebene und ihre Durchschnittslinie mit der primären etc. sind, so dürfte doch die Existenz derselben wohl kaum mehr zu zweifeln sein und viel mehr Gewicht darf auf die Angaben über ihre Lage auch nicht gelegt werden, da bald die einen Zahlen, bald die andern eingeklammerten mehr die Thatsachen darzustellen scheinen. Nur dem Umstande, dass in der Nähe des äquatorealen Poles die Dichtigkeiten der secundären Hauptebene, in der Nähe des Aequators aber die der primären jene der andern Hauptebene überwiegen, ist es zuzuschreiben, dass überhaupt aus den Mittelzahlen von je 9 Trapezen, sich noch die Existenz beider Ebenen getrennt nachweisen liess, indem so die Orte der Maxima in der Nähe des Poles mehr der Lage der secundären, in der Nähe des Aequators mehr der primären Hauptebene entsprachen.

§ 17. Ein weiterer Versuch, den Ort des Schwerpunkts aus den maximis maximorum der Sternzahlen zu berechnen.

Um nun aber diese Untersuchungen, welche in der Absicht unternommen wurden, den allgemeinen Schwerpunkt selbst zu ermitteln, nicht ganz ohne ein Resultat dieser Art zu verlassen, darf wohl folgende Annahme gemacht werden: Wenn die Sterndichten in der Hauptebene, in welcher der Schwerpunkt liegt, von diesem Centrum nach allen Richtungen abnehmen und dabei nur oder wenigstens hauptsächlich von der Entfernung vom Centrum abhängen (was allerdings nicht nothwendig ist), so wird die von der Sonne nach diesem Schwerpunkt gezogene Linie alle um die Sonne mit den Radien r_n geschlagenen Kugeln in den Punkten ihrer allergrössten Sterndichten treffen, weil ja die Sonne fast in der Hauptebene selbst steht. Die Orte der maxima maximorum der einzelnen Sternklassen würden also die Richtung nach dem Schwerpunkte anzeigen. Nun liegen die allergrössten Sterndichten

für die Klasse	9.1—9.5	in	$20^h 20^m$	+ 37°5	mit	1215.9	Sternen
	8.6—9.0	»	20 20	+ 42.5	»	279.9	»
	8.1—8.5	»	20 20	+ 37.5	»	122.3	»
	7.6—8.0	»	21 00	+ 42.5	»	58.8	»
	7.1—7.5	»	21 00	+ 47.5	»	35.3	»
	7.0—7.6	»	19 40	+ 37.5	»	21.7	»

Diese Zahlen sind den Tafeln der Neunermittel entnommen, einmal um Singularitäten in einzelnen Klassen zu begegnen und dann um sie mit Schiaparelli's Tafeln vergleichbar zu machen. Die Anzahlen des

Maximums erscheinen dadurch kleiner, da aber alle im selben Verhältniss heruntergedrückt sind, so ist dies ohne Einfluss auf das Resultat. Die Richtung des Schwerpunktes kommt hiernach etwa in $20^h 20^m + 40°$ zu liegen, indem wir den schwächeren Sternen dabei ein etwas grösseres Gewicht beigemessen haben.

An dieser Stelle finden wir in den planisferi Schiaparelli's bei der

Klasse 5.00—5.99 die Zahl 22			0.8712
» 4.00—4.99 » » 15	oder reducirt auf den Logarithmen der wahren Sternzahl in 49.984 Quadratgraden		0.2591
» 3.00—3.99 » » 11			9.6005
» 2.00—2.99 » » 7			8.9413

Der Tafel für die Sterne $6^m.00$ P. $-6^m.5$ B. D. entnehmen wir die Maximalzahl 12.5. Werden nun diese Sternzahlen mit den p. 60 aufgeführten Reductionszahlen auf gleiches Volumen gebracht, so ergibt sich als Logarithmus der Zahl von Sternen, die in einem Würfel von der Kante = der Entfernung der Sterne 1.0 B. D. multiplicirt mit $\sqrt[3]{0.0050754}$, stehen

Klasse 9.5	—9.1	log Sternzahl = 8.2252	(8.3026)
9.0	—8.6	8.3109	
8.5	—8.1	8.2782	
8.0	—7.6	8.2248	
7.5	—7.1	8.2719	
7.0	—6.6	8.3300	
6.5	—6.00	8.2752	
5.99	—5.00	8.2996	
4.99	—4.00	8.2864	
3.99	—3.00	8.2271	
2.99	—2.00	8.1675	

Hierzu ist zunächst zu bemerken, dass der für 9.5—91 angesetzte Logarithme wahrscheinlich zu klein ist; der Reductionsfactor $r_m^3 - r_n^3$ mit dem dividirt wird, ist berechnet unter Annahme der photometrischen Constante von Lindemann, der für die Sterne unter 9.0 nur die Hälfte des für die helleren Sterne angewandten Helligkeitslogarithmen ansetzt, mit andern Worten die Sterne 9.5 = 10.0 setzt, das scheint nun doch nicht ganz richtig; schon eine Vergleichung der äquatorealen Zone der S. D. mit der entsprechenden der B. D. hat gezeigt, dass die Sterne 10.0 der S. D. entschieden schwächer als 9.5 B. D. sind, wenn aber r_m zu gross angesetzt wird, so wird der Divisor zu gross und unser Dichtigkeitslogarithmus zu klein. Nehmen wir z. B. an, dass die Sterne 9.5 nicht = 10.0 sondern = 9.9 gewesen seien, so wird der Logarithmus des Reductionsfactors = 4.7823 und damit der Sternzahllogarithmus = 8.3026, der oben in Klammern beigesetzt ist. So stark wird durch diese geringe Aenderung der Annahme der äussersten Grenze der B. D. der Dichtigkeitslogarithmus beeinflusst. Ferner ist der log für 6.00—6.5 wahrscheinlich zu klein, da hier das Neunermittel die Sternzahl sehr bedeutend herabbringt, weil in der Nähe des maximum maximorum mehrere auffallend kleine Sternzahlen stehen, es ist ja gerade diese Sternklasse aus schon angeführten Gründen wenig in den einzelnen Zahlen zuverlässig.

In der Reihe zeigt sich nun ein Maximum der Dichtigkeit bei 9.0—8.6 und ein zweites bei den Sternen 7.0—6.6. Eine zutreffende Erklärung dieser sonderbaren Erscheinung dürfte sehr schwer sein. Dieselbe widerspricht vollkommen der Theorie eines allgemeinen Dichtigkeitscentrums, denn da von ihm aus die Dichtigkeiten nach allen Richtungen abnehmen müssen, so kann keine Linie durch dasselbe gezogen werden, die ausser ihm noch ein zweites Maximum aufweist. Die Annahme aber, dass die im Raume gezogene Linie, auf der alle Punkte der Reihe liegen, nicht durch das Centrum gehe, in welchem Falle sie ja allerdings zwei Maxima besitzen könnte, wenn nämlich die Dichtigkeit vom Centrum aus in verschiedenen Richtungen verschieden stark abnähme, ist auch nicht möglich, denn dann müsste sich das Maximum anderswo offenbaren und zwar in einer Richtung, nach der hin die Sterndichten von der angenommenen Richtung aus in fortwährender Zunahme begriffen wären; da aber unsere Sterndichten die grössten sind, die überhaupt in den Tafeln bis zur Declination —23° vorkommen, so existirt eine solche Richtung nicht. Es muss bemerkt werden, dass unter den helleren Sternen, die Schiaparelli behandelt hat, mehrere getrennte Stellen grösster Dichtigkeit vorkommen und dass die allergrössten übereinstimmend für 5.00—5.99 und 4.00—4.99 in etwa $7^h 50^m$ —40° liegen, für 3.00—3.99 aber in $3^h 30^m$, +20°, für 2.00—2.99 in 17^h, —35°. Wenn man nun die beiden hellsten Sternklassen nicht mitstimmen lässt, da sie zu wenig Sterne enthalten, so würden die beiden andern also ein Centrum der Dichtigkeit in $7^h 50^m$ und —40° andeuten und ebendahin, nämlich nach $8^h 10^m$, —45° verlegen diesen Punkt die Sterne der

Uranometria Argentina, die schwächer als $6^m.2$ sind und im planisfero VII von Schiaparelli ihren Dichtigkeiten nach skizzirt sind. Dadurch aber wird die Frage noch verwickelter. Denn selbst wenn der Hauptschwerpunkt am südlichen Himmel zu suchen ist, so bleibt gleich unerklärt, wieso in $20^h 20^m + 40°$ für sämmtliche Klassen der teleskopischen Sterne der B. D. ein Maximum entsteht, das alle andern der Nordhalbkugel übertrifft. Eine Arbeit für die südliche Halbkugel, an Vollständigkeit der B. D. gleich, würde erst das Material darbieten können, auf Grund dessen eine sichere Untersuchung über diese Frage, welche für Schönfeld's Hypothese von grundlegender Bedeutung ist, möglich wäre.

An einem Fehler in den Reductionselementen kann die Discontinuität der Reihe auf p. 72 natürlich nicht liegen. Denn ein Irrthum in den Annahmen der photometrischen Constante oder der Constante der Extinction würden einen fortschreitenden Einfluss zeigen. Allerdings würde die Anwendung der genauen Lindemann'schen Constanten für die Sterne 8^{ter}—9^{ter} Grösse, die grösser ist als die von uns im Mittel für alle Sternklassen angenommene, das Maximum für diese Sterne etwas herunterdrücken, aber es würde dann auch ebenso die schon ohnehin kleine Zahl bei 7.6—8.0 heruntergebracht, also die Discontinuität nicht gehoben. Die Annahme, dass etwa in der Entfernung der Sterne 9^{ter} Grösse eine singuläre Anhäufung in der Richtung $20^h 20^m + 40°$ liege, ist zu willkürlich, und würde ein zu sonderbares Zusammentreffen von Umständen voraussetzen, als dass sie gemacht werden dürfte. Vielleicht geht auch nichts anders aus dem Misserfolg dieser Untersuchung hervor, als dass eben ein so einseitiges Vorgehen nicht ausreicht, sondern die Betrachtung der Sterndichten in der ganzen Fläche der Hauptebene, soweit dieselben dort bekannt sind, erforderlich ist.

Immerhin müssen diese Thatsachen das Zutrauen zu Schönfeld's Hypothese etwas erschüttern und es werden desshalb die folgenden Untersuchungen über den Apex einmal mit und einmal ohne Rücksichtnahme auf dieselbe geschehen, für diejenige Discussion aber, die dieselbe berücksichtigt, soll auch ein Schwerpunkt angenommen werden, nämlich

$$A = 305°,\ D = +40°,\ \log R = 0.9032,$$

welches der Punkt der vorgelegten Reihe von Dichtigkeitslogarithmen ist, der den grössten Logarithmus aufzuweisen hat; derselbe wurde so gewonnen, dass die Grössenklassen von 2.00—8.0 als Abscissen, die Dichtigkeitslogarithmen als Ordinaten aufgetragen und eine Curve hindurchgelegt wurde, welche ihren Gipfelpunkt für die Grösse 5.9 erhielt. Nicht als ob dieser Punkt etwa von dem Verfasser für den allgemeinen Schwerpunkt gehalten würde, sondern nur um einmal die Schönfeld'schen Formeln auswerthen und die dadurch bewirkte Verschiebung des Apex beurtheilen zu können, nachdem Werthe in dieselben eingeführt sind, die doch nicht vollkommen aus der Luft gegriffen sind. Es mag übrigens darauf hingewiesen werden, wie befriedigend diese Annahme über den Schwerpunkt zusammenkommt mit dem Orte desselben, der p. 37 aus den Seeliger'schen Angaben über die Schwerpunkte der einzelnen Grössenklassen der B.D. gefolgert wurde. Derselbe sollte darnach ziemlich beträchtlich von 24^h nach 18^h hin verschoben sein und innerhalb der mit $r_{6.6}$ beschriebenen Kugel liegen, aber nicht sehr weit von deren Rande entfernt.

Nach obiger Annahme und wenn als Rotationsebene die der sichtbaren Milchstrasse angenommen wird, die beinahe die Mitte hält zwischen den beiden Hauptebenen (natürlich kommt es hier auf ein paar Grade nicht an), sind die Elemente für Schönfeld's Hypothese

$$\Omega = 282°1/4,\ i = 62°1/2 \text{ (nach Houzeau)}$$
$$A = 305°,\ D = +40°,\ \log R = 0.9032.$$

Aus diesen Elementen aber erhalten wir zur Einführung in die Gleichungen des Apex die Werthe der aus ihnen zusammengesetzten Functionen in Logarithmen:

$$\cos i = 9.6644;\quad R(\cos i \cos D \sin A + \cos \Omega \sin i \sin D) = u = 0.1306_n$$
$$\sin i \cos \Omega = 9.2746;\quad R(\cos i \cos D \cos A - \sin \Omega \sin i \sin D) = v = 0.7841$$
$$\sin i \sin \Omega = 9.9379_n;\quad R \sin i \cos D \cos (A - \Omega) = w = 0.7002.$$

D. Die Bestimmung des Apex und der Constante der Präcession.

§ 18. Die Hypothesen über die Entfernungen der beweglichen Sterne von Struve, Gyldén und Stumpe.

Die eigentliche Untersuchung über den Apex gründet sich nun auf 454 Sterne, welche, nachdem die Differenzen aus Berlin—Königsberg gebildet und alle angeführten Correctionen an dieselben angebracht waren, unter dem Gesichtspunkt aus der Reihe der übrigen ausgewählt wurden, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die erhaltene Differenz sowohl in A. R. als in Decl. nur der Ausdruck von Beobachtungsfehlern sei, kleiner

als $^1/_{50000}$ wurde. Sterne, die diese Bedingung erfüllen, haben, wenn beiden Coordinaten das Gewicht 2 zukommt, einen Unterschied *Be—Ko* von 8″.5 in a. c. m. für 54.5 Jahre. Auch kleinere Unterschiede wurden aber mitgenommen, wenn z. B. der Stern in zwei oder mehr Zonen beobachtet war und desshalb ein Gewicht erhielt, welcher die obige Wahrscheinlichkeitsgrenze auch für ihn unterbot.

Die folgende Zusammenstellung gibt die benutzten 454 Sterne gleich in die später zu erwähnenden drei Klassen getheilt und zwar enthält die Columne a) die Bessel'sche Bezeichnung des Sterns, b) die Grösse der B. D., ein F vor der Grösse zeigt an, dass Bessel nicht mit Berlin, sondern mit dem Fundamentalcatalog verglichen wurde, dem dann auch die Grösse entnommen ist, c) den genäherten Ort für 1850.0, d) die einfachen Unterschiede der corrigirten Bessel'schen Positionen gegen die Berliner Zone und die nach § 6 diesen Unterschieden zukommenden Gewichte, e) die Zwischenzeit der Epochen, f) die Verbesserungen, welche die einfachen Catalogunterschiede noch wegen der Correction der Präcessionsconstante und der galactocentrischen Rotation erfahren müssen, um reine E. B. zu geben, nach der p. 84 entwickelten Formel *g* (die nach Anbringung dieser Correction resultirende jährliche E. B. in a. c. m und *h*) den Positionswinkel derselben.

Erste Klasse.

a		b	c		d				e	f		g	h
hora	Nummer	Grösse	Genäherte R. A. für 1850.0	Decl.	Unterschied *Be—Ko* in A.R.	Gewicht	Unterschied *Be—Ko* in Decl.	Gewicht	Zwischenzeit der Epochen	Correction wegen Präcession und Rotation		Jährliche E. B. in a. c. m.	Positionswinkel der E. B.
0	11/12	8.0	$0^h\ 1^m.51$	+24°.45	+1ˢ.02	3½	—11″.7	3	54.0	—0ˢ.062	—0″.94	0″.342	125°.66
	577	8.8	22.63	+21.95	+0.91	2½	—11.8	2	53.5	—0.064	—0.89	0.324	128.94
	827/28	6.2	31.56	+20.44	—1.68	3½	—23.0	4½	57.7	—0.070	—0.94	0.544	225.33
	1076	9.0	41.64	+24.93	—0.32	2½	—15.2	2½	52.6	—0.065	—0.84	0.286	193.82
	1207/8	7.5	47.03	+23.29	—0.82	3½	—11.7	4	54.8	—0.068	—0.86	0.274	223.88
	1503	8.4	59.55	+22.17	+0.44	2½	—26.0	2	53.9	—0.068	—0.81	0.485	164.38
	1513/14	7.5	1 0.90	+21.18	+1.19	4½	— 1.6	4½	55.0	—0.070	—0.82	0.318	92.56
I	454/55	7.8	20.84	+20.95	+1.77	4½	—11.7	4½	54.7	—0.071	—0.77	0.507	113.19
	1355	8.3	56.33	+20.46	+1.23	2½	+11.5	1½	53.1	—0.072	—0.63	0.409	56.09
II	43	7.5	2 2.97	+20.67	+1.27	2	— 1.8	2½	57.7	—0.079	—0.66	0.325	93.49
	156/57	6.5	6.83	+23.58	+1.71	3½	—12.3	3½	50.3	—0.069	—0.56	0.543	115.47
	438	8.8	18.43	+23.64	—0.94	1	— 1.6	1	48.3	—0.067	—0.52	0.252	264.90
	609	8.7	25.06	+23.82	+0.40	1	—10.8	1	48.3	—0.067	—0.48	0.252	147.91
	692	7.5	28.31	+23.99	+0.86	1	— 0.2	1	48.0	—0.067	—0.47	0.268	88.80
	911	8.0	37.50	+25.02	+0.60	2½	—11.4	2½	54.9	—0.077	—0.50	0.262	139.28
	194	6.0	49.50	+20.58	+1.00	2½	— 1.0	1½	53.1	—0.074	—0.43	0.280	92.19
III	529	8.9	3 25.47	+22.49	+0.76	2½	— 7.7	2	53.4	—0.077	—0.30	0.258	122.54
	960	7.7	43.22	+22.23	+0.63	2½	—17.2	2	52.5	—0.077	—0.22	0.373	150.01
IV	102	8.9	4 5.62	+21.98	+1.69	2½	—15.6	2	53.1	—0.078	—0.13	0.548	122.12
VI	1906	7.0	7 1.21	+21.51	—0.75	2½	—26.9	2	56.0	—0.077	+0.62	0.519	198.73
VII	527	6.8	17.97	+21.83	—1.15	2½	— 1.2	2	55.9	—0.076	+0.68	0.268	262.79
	670	9.0	22.86	+20.29	+0.69	2½	— 8.9	3	54.9	—0.074	+0.69	0.260	132.17
	1347	6.8	47.09	+24.09	—0.65	2½	—11.7	3	55.0	—0.072	+0.76	0.269	212.73
	1426	8.5	50.72	+21.27	+0.82	2½	—30.7	2	55.3	—0.072	+0.78	0.611	158.56
VIII	668	9.0	8 27.95	+24.98	—1.06	1½	+ 6.1	2	55.0	—0.068	+0.88	0.267	290.80
	1242	9.0	49.90	+21.13	+2.69	2	— 8.2	2½	56.5	—0.067	+0.95	0.695	103.47
	1291	8.5	52.09	+22.05	+1.36	2	—17.8	2½	56.0	—0.066	+0.94	0.486	133.48
IX	433	8.9	9 20.34	+21.36	—1.40	2	—10.8	2½	56.0	—0.063	+0.99	0.389	237.23
	737	9.0	33.84	+22.43	—0.75	2	—18.3	2½	56.0	—0.061	+1.01	0.385	206.31
	1045	7.5	48.76	+20.47	—1.40	1½	— 2.0	1½	55.1	—0.059	+1.01	0.342	260.80
	1046	9.0	48.76	+20.46	—1.67	1½	+ 1.4	1½	55.1	—0.059	+1.01	0.411	279.91
X	60	8.3	10 3.50	+24.49	—1.50	2	+ 2.8	2	54.4	—0.056	+1.01	0.369	275.11
	185	6.5	8.99	+23.86	—1.62	2	— 3.9	2	54.1	—0.055	+1.00	0.411	257.27
	234	9.2	11.47	+20.62	—1.45	2	— 1.8	1	49.5	—0.050	+0.92	0.396	262.02
	238	2.0	11.68	+20.60	+1.35	1½	— 8.0	2½	50.6	—0.051	+0.94	0.404	115.48
	239				+1.21	2	— 7.7	1					
	571	8.5	28.55	+22.38	—0.92	1½	— 3.4	2½	51.0	—0.050	+0.95	0.251	250.16
	886/7	7.9	43.45	+21.09	—0.94	4	—22.2	4½	50.4	—0.047	+0.94	0.521	208.16
	948	9.1	46.37	+21.53	—0.40	1½	—11.2	2½	51.0	—0.048	+0.95	0.257	201.87

a	b	c		d				e	f		g	h
hora	Nummer	Grösse	Genäherte R. A. für 1850.0	Decl. für 1850.0	Unterschied *Be–Ko* in A. R.	Gewicht	Unterschied *Be–Ko* in Decl.	Gewicht	Zwischenzeit der Epochen	Correction wegen Präcession und Rotation		Jährliche E. B. in a. c. m.	Positionswinkel der E. B.
X	958	9.1	10h46m98	+20°75	—0s99	2	— 1″9	1	49.2	—0s046	+0″92	0″272	257°83
	992/3	7.5	49.10	+22.61	—0.69	4	— 9.3	4½	50.4	—0.047	+0.94	0.276	221.02
	1090	8.0	53.97	+20.32	—0.96	2	— 8.6	1	49.3	—0.045	+0.92	0.322	233.10
	1200/1	7.7	59.50	+22.86	—0.74	4	—18.5	4	50.4	—0 045	+0.94	0.431	206.36
XI	103/4	7.5	11 5.64	+20.95	—1.35	3½	— 4.8	3½	50.5	—0.045	+0.93	0.376	252.42
	106	F 2.3	6.11	+21.34	+0.78	2½	— 4.5	2	44.7	—0 040	+0.82	0.281	205.63
	167	8.0	9.18	+22.14	—1.03	1½	—27.5	2½	51.4	—0.045	+0.95	0.614	115.09
	284/5	9.1	15.44	+20.73	—1.36	4½	—11.7	3	51.1	—0.044	+0.94	0.434	235.27
	978/79	7.8	49.88	+20.82	—1.63	4½	+ 4.3	4½	50.4	—0.040	+0.89	0.442	278.80
	1142	9.0	57.52	+20.47	+0.99	2	+ 5.6	1	48.9	—0.038	+0.85	0.307	71.56
XII	2	9.1	12 1.34	+22.62	—1.70	3	0.0	2½	51.3	—0.040	+0.89	0.449	267.77
	97/98	8.3	4.42	+23.93	—1.15	3	— 0.9	4	52.3	—0.040	+0.90	0.296	263.32
	340	9.2	15.96	+21.13	—1.79	3	— 2.6	2½	51.1	—0.038	+0.86	0.480	261.51
	592/4	8.3	27.47	+23.99	+0.24	4	—12.7	4	53.0	—0.038	+0.87	0.266	164.14
	929	9.2	45.37	+20.78	—0.96	3	+ 4.9	2½	51.4	—0.035	+0.81	0.262	287.66
	1026	6.8	51.31	+22.87	+0.27	3	—12.0	2½	51.0	—0.034	+0.79	0.264	161.77
XIII	535	8.8	13 26.77	+22.17	—1.07	3	— 1.2	2½	51.3	—0.031	+0.70	0.283	262.48
XIV	267	9.0	14 11.39	+22.79	—1.15	2½	— 5.6	2	54.9	—0.028	+0.60	0.305	248.26
	954	7.9	44.05	+23.53	—1.69	2½	— 4.6	2	55.0	—0 028	+0.48	0.429	257.57
	1023	8.5	47.17	+23.96	—3.00	2½	— 0.9	2	54.0	—0.027	+0.45	0.765	268.12
XV	395	8.7	15 18.11	+21.94	+0.60	1	—16.5	2	56.0	—0.027	+0.34	0.338	152.70
	762	8.3	32.33	+23.14	—1.08	2	— 2.4	2½	54.3	—0.025	+0.28	0.274	259.61
	970	8.5	38.95	+21.65	—1.03	2½	+ 2.7	1½	52.0	—0.024	+0.23	0.272	280.05
	1264	9.2	50.38	+21.05	+0.68	2½	—18.7	1½	51.0	—0.023	+0.17	0.363	152.69
XVI	1049	8.2	16 33.43	+21.54	—1.20	1½	0.0	1½	55.0	—0.025	0.00	0.296	270.00
	1155/6	8.8	36.40	+20.83	—0.37	4	—15.5	4	56.0	—0.026	—0.02	0.289	266.47
	1525	7.8	48.97	+21.74	—0.43	1½	—12.8	1½	55.0	—0.025	—0.04	0.253	203.75
XVII	101	8.2	17 4.48	+24.71	—0.91	1½	+11.6	2	51.4	—0.023	—0.13	0.331	313.66
	242	F 3.0	8.87	+25.02	+0.08	1½	—10.5	1	46.5	—0.021	—0.13	0.486	172.30
	506	9.3	17.47	+24.66	—1.07	2	— 0.3	2½	54.0	—0.024	—0.19	0.268	269.56
	1218	7.5	36.92	+21.71	—0.28	1½	—31.8	2½	55.4	—0.026	—0.28	0.572	186.36
	1745	9.2	54.58	+24.91	—1.22	1½	+ 7.9	1	52.3	—0.025	—0.33	0.354	296.43
XVIII	494	F 4.0	18 17.30	+21.71	+0.54	1½	—11.3	2½	49.5	—0.025	—0.40	0.271	144.31
	793	9.1	27.01	+22.23	—0.89	1½	—24.0	2½	55.1	—0.028	—0.49	0.479	206.93
	801	8.2	27.56	+21.72	—1.24	1½	— 2.1	2½	55.1	—0.028	—0.49	0.306	264.52
	940	9.1	31.32	+25.00	—1.30	2	— 0.6	2	52.5	—0.027	—0.49	0.336	269.64
	1152	9.1	37.98	+22.25	—1.15	1½	+ 2.7	2½	55.4	—0.029	—0.53	0.287	281.74
	1321	8.2	43.28	+22.78	—0.08	1½	+31.5	2½	56.0	—0.029	—0.56	0.573	358.74
	1605	8.6	52 03	+21.88	—1.01	1½	— 5.6	2½	56.0	—0.030	—0.59	0.258	249.76
	1847	8.7	58.76	+22.84	+0.74	1½	+16.8	2	56.2	—0.031	—0.62	0.364	31.54
XX	401	7.7	20 10.80	+21.29	+1.34	1½	+ 2.5	2½	56.1	—0.037	—0.85	0.345	80.04
	1413	9.2	42.63	+24.41	—1.00	2½	—15.3	2	56.2	—0.040	—0.93	0.348	222.80
XXI	104/5	8.0	21 5.22	+23.55	+1.94	4½	+ 4.6	4½	55.8	—0.043	—0.96	0.503	78.57
	340/41	5.9	14.28	+23.23	+1.04	4½	— 8.4	4½	56.0	—0.044	—0.98	0.299	116.29
	948	8.5	38.23	+22.21	+1.12	3	+ 1.4	2	57.2	—0.048	—1.03	0.286	81.46
XXII	82	8.8	22 3.61	+22.06	—2.14	3	— 3.5	2	56.9	—0.051	—1.05	0.511	265.16
	365	6.0	16.44	+20.09	+1.24	1½	— 2.3	2½	56.8	—0.052	—1.06	0.316	93.96
XXIII	1364	8.8	0 0.62	+21.09	+0.97	2½	— 0.1	2	54.5	—0.063	—0.95	0.263	86.60
							Zweite Klasse.						
o	58	8.8	0h 3m07	+23°99	—0s60	2½	—7″2	1½	52.0	—0s060	—0″91	0″188	229°95
	243	9.0	8.83	+23.73	+0.52	2½	—5.7	1½	50.8	—0.060	—0.87	0.184	121.00
	289	7.8	10.64	+22.05	+0.26	2½	—8.2	2	52.9	—0.062	—0.90	0.162	148.56
	1101	9.3	42.54	+23.01	+0.51	2½	—6.8	2½	53.0	—0.065	—0.84	0.188	126.79
	1231	8.1	47.72	+22.34	—0.94	2½	+4.0	2	53.6	—0.067	—0.84	0.243	291.80
	1268/70	8.5	49.22	+24.47	+0.82	3½	+1.5	4	54.1	—0.067	—0.84	0.231	79.22
	1422	8.6	56.02	+24.43	+0.63	2½	—4.0	2½	51.6	—0.065	—0.78	0.197	108.49

a		b	c		d				e	f		g	h
hora	Nummer	Grösse	Genäherte R. A. für 1850.0	Decl.	Unterschied *Be–Ko* in A.R.	Gewicht	Unterschied *Be–Ko* in Decl.	Gewicht	Zwischenzeit der Epochen	Correction wegen Präcession und Rotation		Jährliche E. B. in a. c. m.	Positionswinkel der E. B.
I	243	8.5	$1^h11^m.24$	+23°.62	+0ˢ.62	2½	— 5″.8	2½	53.1	—0ˢ.068	—0″.77	0″.203	117°.82
	258	7.8	13.18	+24.37	+0.47	2½	— 9.1	2½	52.1	—0.067	—0.75	0.215	138.29
	548	8.6	24.77	+22.91	—0.30	2½	— 8.9	2½	51.6	—0.068	—0.71	0.171	201.43
	758—60	6.0	32.93	+24.99	+0.60	6½	— 2.3	6	53.7	—0.071	—0.71	0.174	99.71
	807	9.0	34.50	+23.61	—0.74	2½	— 7.8	2½	53.1	—0.070	—0.70	0.220	232.59
	1056	F 2.8	46.35	+20.07	+0.56	2	— 7.5	2½	51.1	—0.069	—0.64	0.217	128.20
	1221	9.0	51.27	+20.28	+0.77	2	— 8.9	2½	57.4	—0.078	—0.69	0.250	124.96
	1324/25	8.3	55.27	+20.55	+0.55	4½	+ 2.6	4	55.1	—0.071	—0.66	0.168	68.82
	1412/13	F 2.0	58.72	+22.75	+0.77	3½	— 0.5	5	50.1	—0.064	—0.59	0.231	89.55
II	87/88	5.5	2 4.41	+20.52	+0.66	5	0.0	4	55.4	—0.076	—0.63	0.184	86.46
	102	8.8	4.87	+24.67	—0.51	2½	— 8.5	2½	53.3	—0.073	—0.60	0.187	217.47
	164/65	6.0	7.22	+24.34	—0.66	3½	— 7.3	3½	51.1	—0.071	—0.57	0.207	230.49
	362	8.3	15.08	+21.77	+0.91	1	— 2.9	3	59.6	—0.082	—0.64	0.234	99.33
	393	8.0	16.45	+24.80	—0.52	1	— 6.2	1	48.0	—0.067	—0.51	0.177	227.81
	501	8.6	20.59	+22.20	+0.64	1	—11.0	3	59.2	—0.082	—0.61	0.244	136.08
	540	7.8	22.27	+20.37	+0.57	2½	— 8.4	1½	53.1	—0.074	—0.54	0.224	131.37
III	35	8.9	3 2.29	+24.04	+0.23	1	— 7.5	1	48.4	—0.070	—0.35	0.171	149.83
	248	6.5	11.53	+25.12	+0.68	1	— 4.3	1	48.0	—0.069	—0.32	0.232	110.98
	383	8.7	18.03	+24.83	—0.60	1	+ 2.4	1	47.8	—0.069	—0.29	0.164	290.08
	472	8.2	22.62	+20.26	—0.31	2½	—11.8	1½	53.1	—0.077	—0.31	0.225	195.70
	503—5	9.1	23.98	+23.18	+0.54	4½	+ 0.2	6	52.8	—0.077	—0.30	0.162	86.64
	626	9.0	28.84	+20.84	+0.76	2½	— 2.4	1½	52.5	—0.076	—0.27	0.224	100.42
	1192	8.2	55.24	+22.99	+0.58	2½	— 7.1	2	52.2	—0.077	—0.17	0.219	127.27
	1213	7.8	56.32	+23.38	—0.70	1½	— 1.6	1	52.6	—0.077	—0.17	0.166	260.60
IV	99	7.0	4 5.59	+22.67	+0.71	2½	— 2.4	2	53.7	—0.079	—0.13	0.208	101.73
	129	9.1	6.88	+23.13	—0.66	1½	— 3.8	2	52.7	—0.077	—0.12	0.169	245.51
	282/3	9.2	13.50	+22.99	—0.71	4	+ 0.3	2½	50.0	—0.074	—0.05	0.185	272.27
	305/6	7.3	14.43	+24.05	+0.41	4	+ 6.3	2½	50.8	—0.075	—0.04	0.182	46.67
	330	8.0	15.34	+21.38	+0.63	2½	— 2.5	2	53.0	—0.078	—0.04	0.188	104.27
	719	9.0	32.72	+22.33	+0.60	2½	— 4.7	2	53.1	—0.078	0.00	0.198	116.58
	1193	8.4	52.45	+24.42	+0.45	2½	—10.1	1½	49.9	—0.074	+0.07	0.245	144.48
V	1—4	8.3	5 1.55	+24.96	—0.13	7½	— 8.2	5½	52.0	—0.077	+0.12	0.161	185.08
	175	8.7	6.62	+21.55	+0.16	2	— 9.7	1	48.4	—0.071	+0.14	0.214	161.98
	488	8.9	17.14	+23.95	+0.64	1½	+ 0.8	1	54.6	—0.080	+0.19	0.183	86.50
	1255	8.5	37.62	+20.24	+0.65	2½	— 3.6	3	56.5	—0.082	+0.29	0.193	110.96
	1511	5.0	45.51	+20.24	—0.90	2½	— 6.3	3	55.6	—0.081	+0.32	0.236	239.74
	2003	8.2	6 0.05	+24.44	+0.71	2	— 1.4	2½	55.9	—0.081	+0.38	0.208	99.22
	2057	9.2	1.26	+23.10	—0.77	2	— 1.6	1	50.2	—0.072	+0.35	0.197	258.60
VI	265	8.6	9.57	+23.07	—0.80	2	+ 0.8	1	49.0	—0.070	+0.37	0.207	272.42
	494	9.1	17.70	+23.11	—0.69	2	+ 4.7	1	49.0	—0.070	+0.40	0.196	296.59
	743	8.3	25.36	+21.55	—0.64	1	— 5.7	1	55.1	—0.078	+0.48	0.180	231.57
	949/86	9.0	31.43	+23.04	—0.89	4½	— 0.3	3	52.5	—0.074	+0.48	0.216	266.05
	959	8.4	31.75	+21.07	+0.69	1	— 2.3	1	54.1	—0.074	+0.49	0.202	104.76
	1215	8.0	39.31	+24.53	+0.19	2	— 9.7	2½	54.9	—0.077	+0.53	0.198	160.12
	1569	9.2	51.73	+23.80	+0.79	2	— 3.6	2½	55.0	—0.076	+0.58	0.231	109.20
	1747/48	8.5	57.27	+22.91	—0.63	5	— 4.3	5	54.6	—0.075	+0.60	0.167	237.50
	1860	8.2	7 0.15	+22.03	+0.61	2½	+ 5.7	2	55.6	—0.077	+0.62	0.194	61.92
VII	424	8.5	14.20	+20.84	+0.68	2½	— 0.8	2	56.5	—0.077	+0.68	0.188	98.03
	501	9.2	17.17	+22.18	—0.99	2½	+ 0.4	2	55.5	—0.075	+0.68	0.234	257.55
	1251	9.1	43.36	+24.05	+0.81	2½	— 1.1	3	54.7	—0.072	+0.75	0.229	98.51
	1352—53	7.7	47.41	+22.97	—0.06	5	— 8.6	5	54.5	—0.071	+0.76	0.172	179.15
	1556	7.9	55.94	+24.04	—0.54	2½	— 5.3	3	55.1	—0.071	+0.79	0.162	226.87
VIII	347	9.3	8 15.15	+21.86	+0.07	2	— 8.5	2½	55.5	—0.070	+0.85	0.172	168.27
	675	8.6	28.12	+23.77	—0.58	1½	— 8.7	2	54.7	—0.068	+0.88	0.228	216.53
	1098	9.1	43.88	+22.95	+0.05	2	— 9.1	2½	55.6	—0.067	+0.92	0.183	170.81
	1137—39	7.5	45.63	+22.78	—0.34	5½	—10.2	6½	55.0	—0.066	+0.91	0.213	198.87
	1387/88	7.0	56.34	+23.42	—0.57	3½	+ 8.4	4	54.4	—0.065	+0.92	0.188	316.90
	1399/1400	8.5	56.48	+23.65	+0.79	3½	— 0.6	4	54.4	—0.065	+0.93	0.221	99.23

a		b	c		d				e	f		g	h
hora	Nummer	Grösse	Genäherte R. A. für 1850.0	Decl.	Unterschied *Be—Ko* in A.R.	Gewicht	Unterschied *Be—Ko* in Decl.	Gewicht	Zwischenzeit der Epochen	Correction wegen Präcession und Rotation		Jährliche E. B. in a. c. m.	Positionswinkel der E. B.
VIII	1438/39	7·5	$8^h58^m.16$	+21°.11	—0ˢ.17	3½	— 8″.7	4	55.0	—0ˢ.064	+0″.94	0″.177	188°.66
IX	129	7·5	9 6.52	+24.01	—0.66	2	— 9.1	2	54.7	—0.063	+0.95	0.239	219.46
	130	9.0	6.57	+24.01	0.00	2	— 8.2	2	54.7	—0.063	+0.95	0.168	174.55
	298	9.0	14.55	+22.95	—0.43	2	—10.3	2½	55.1	—0.063	+0.97	0.224	204.29
	317/18	7·4	15.30	+21.00	—0.84	3½	+ 3.2	4	56.0	—0.064	+0.98	0.196	281.66
	326	9.0	15.77	+20.51	—0.82	1½	+ 6.3	1½	56.0	—0.064	+0.98	0.210	296.92
	345	6.3	16.31	+20.43	—0.78	1½	— 7.0	1½	56.3	—0.064	+0.99	0.226	231.16
	645	7.8	30.07	+23.73	—0.70	2	— 8.2	2	55.4	—0.061	+0.99	0.230	223.94
	885	6.9	41.44	+22.65	+0.44	1½	— 9.4	1½	51.1	—0.055	+0.93	0.248	146.42
	923	5.8	43.35	+25.10	+0.27	2	—10.0	2	54.5	—0.058	+0.99	0.217	157.53
X	131	6.5	10 6.24	+21.91	—0.59	1½	— 3.7	2½	51.1	—0.052	+0.95	0.172	238.04
	172	7.0	8.23	+24.24	—0.86	2	— 0.1	2	54.1	—0.055	+1.00	0.207	264.37
	263	9.3	13.03	+25.18	+0.53	2½	+ 5.0	1½	49.9	—0.051	+0.93	0.181	63.18
	380	9.0	19.03	+20.58	—0.40	1½	—10.7	2½	51.1	—0.051	+0.95	0.247	202.54
	486	8.0	24.12	+24.09	+0.55	2	+ 3.5	2	55.0	—0.054	+1.02	0.159	73.49
	631	8.3	31.12	+22.38	—0.56	1½	— 7.3	2½	51.0	—0.050	+0.95	0.213	220.59
	646	8.8	31.61	+22.19	—0.64	1½	+ 5.2	2½	51.3	—0.050	+0.95	0.180	297.46
	756	8.8	36.89	+25.07	—0.69	1½	— 2.5	2	54.9	—0.052	+1.02	0.173	248.29
	800	8.0	39.15	+23.36	—0.74	1½	+ 0.4	2	54.5	—0.052	+1.02	0.175	265.68
	950	8.7	46.41	+23.75	+0.27	1½	— 8.5	2	54.3	—0.051	+1.01	0.193	154.93
	1225	8.0	11 0.48	+21.88	—0.67	1½	— 1.2	2½	51.0	—0.046	+0.94	0.175	256.10
	1244	9.0	0.91	+20.62	—0.68	2	0.0	1	49.3	—0.044	+0.92	0.180	264.04
XI	333/4	8.2	17.82	+20.83	—0.60	3½	— 5.0	3½	50.3	—0.043	+0.92	0.193	232.52
	338	7.0	18.26	+23.53	—0.72	1½	+ 4.1	2	54.3	—0.047	+1.00	0.181	288.39
	337—39	7·5	19.16	+22.68	—0.09	5½	— 9.1	6½	51.6	—0.044	+0.95	0.195	183.63
	380	8.2	20.25	+24.01	—0.74	1½	— 0.8	2	54.3	—0.047	+0.99	0.180	259.44
	567	9.2	29.88	+20.86	—0.79	2	+ 5.5	1	48.9	—0.041	+0.89	0.193	299.21
	901/2	8.5	46.16	+21.17	—0.70	4½	— 2.6	4½	50.4	—0.040	+0.90	0.194	249.06
	932	8.9	47.92	+23.00	—0.76	1½	— 1.0	4½	51.0	—0.041	+0.91	0.199	259.15
	1208—10	9.0	12 0.48	+23.08	+0.18	6½	— 9 2	6½	52.0	—0.040	+0.90	0.203	163.20
XII	60/61	7·5	3.32	+23.70	+0.62	4	— 3.1	4	54.0	—0.041	+0.93	0.185	113.75
	464	8.7	21.88	+20.15	—0.86	2½	— 3.1	2½	54.9	—0.040	+0.92	0.220	250.51
	707	9.0	33.17	+22.97	—0.62	3	+ 1.7	2½	51.3	—0.036	+0.83	0.159	276.14
	774/5	7.4	36.98	+22.82	—0.47	4½	— 8.2	4½	51.4	—0.036	+0.82	0.211	213.70
	816	6.5	39.17	+24.87	—0.34	3	—10 3	1½	49.5	—0.034	+0.79	0.240	200.93
	819	8.8	39.50	+23.61	—0.93	1½	+ 4.2	2	52.0	—0.036	+0.83	0.247	285.22
	934	7.8	45.67	+20.42	—0.84	2½	+ 0.3	2½	54.0	—0.037	+0.85	0.206	267.18
	943	6.5	46.15	+20.30	—0.74	2½	— 7.2	2½	54.0	—0.037	+0.85	0.234	230.43
	1063	8.3	53.13	+20.44	—0.74	2½	0.0	2½	54.0	—0.036	+0.83	0.181	265.14
	1199	9.3	13 0.84	+24.22	—0.90	1½	— 1.6	2	52.5	—0.034	+0.79	0.233	258.74
XIII	18/19	8.0	2.04	+24.70	—0.85	4½	+ 1.1	3½	50.5	—0.032	+0.76	0.225	271.73
	252	9.1	13.20	+24.40	—0.92	1½	+ 2.8	2	52.6	—0.032	+0.75	0.237	279.46
	374	8.2	19.32	+24.34	—0.85	1½	+ 2.2	2	52.0	—0.032	+0.73	0.220	277.39
	428—30	7·4	21.97	+22.96	—0.79	7	+ 1.5	7	51.3	—0.031	+0.71	0.206	274.29
	495	8.0	25.10	+23.95	—0.67	1½	— 2.3	2	52.0	—0.032	+0.71	0.180	251.20
	563	6.5	28.11	+23.26	—0.07	1½	+ 8.1	2	52.2	—0.031	+0.71	0.179	355.82
	587	8.5	29.33	+22.70	—0.69	2½	— 4.8	2½	51.3	—0.031	+0.70	0.208	238.94
	728	8.7	35.28	+22.52	—0.61	2½	+ 4.6	2½	51.3	—0.030	+0.68	0.174	296.00
	818	8.4	38.69	+23.26	—0.83	1½	+ 6.7	2	52.0	—0.031	+0.67	0.238	299.19
	876	9.3	41.29	+24.83	+0.59	2½	+ 6.8	2	52.0	—0.030	+0.67	0.203	54.50
	880	9.2	41.52	+22.36	—0.40	2½	+ 9.3	2½	52.1	—0.030	+0.67	0.193	329.28
	893/4	8.8	42.00	+23.03	—0.04	4	+11.3	4	51.6	—0.030	+0.66	0.206	359.25
	993	8.9	45.80	+24.18	+0.19	1½	— 9.3	2	52.9	—0.031	+0.66	0.197	162.90
	1035	8.0	47.34	+21.39	+0.81	2½	+ 2.0	2½	52.0	—0.030	+0.65	0.225	83.38
	1076	7·3	48.82	+23.41	—0.71	1½	— 1.5	2	52.0	—0.030	+0.64	0.186	257.20
	1221	7·5	55.29	+21.66	+0.58	2½	— 3.4	2½	52.0	—0.029	+0.62	0.180	115.47
	1350	8.2	14 0.93	+21.15	—0.63	2½	+ 6.6	2½	52.0	—0.029	+0.61	0.197	305.72

a		b	c		d				e	f		g	h
hora	Nummer	Grösse	Genäherte R. A. für 1850.0	Decl.	Unterschied *Be–Ko* in A. R.	Gewicht	Unterschied *Be–Ko* in Decl.	Gewicht	Zwischenzeit der Epochen	Correction wegen Präcession und Rotation		Jährliche E. B. in a. c. m.	Positionswinkel der E. B.
XIV	129	9.0	$14^h\ 6^m.43$	+24°.44	−0ˢ.32	1½	− 9″.6	2	52.3	−0ˢ.029	+0″.59	0″.210	201°.59
	218	8.7	10.20	+21.70	−0.70	2½	+ 1.7	2½	52.0	−0.028	+0.57	0.180	276.92
	445	8.6	20.55	+23.39	−0.55	2½	+ 5.8	2	54.4	−0.028	+0.56	0.164	305.91
	548/49	5.3	25.73	+22.92	−0.66	5	+ 3.1	4½	54.5	−0.028	+0.54	0.167	286.29
	779/80	8.8	36.39	+25.05	−0.65	4	+ 0.2	3½	54.0	−0.028	+0.50	0.160	268.01
	891	9.0	41.00	+21.64	−0.43	1	− 8.9	2	56.0	−0.028	+0.50	0.195	210.65
	945	5.8	43.55	+24.53	+0.80	2½	+ 1.4	2	54 0	−0.027	+0.47	0.213	85.36
	958	8.7	44.43	+22.92	+0.62	2½	+ 2.2	1½	52.0	−0.026	+0.45	0.186	79.57
	1217	9.0	56.62	+20.81	−0.04	2½	−10.0	2½	55.5	−0.027	+0.43	0.188	180.99
	1305	8.8	15 0.23	+20.93	+0.12	2½	− 9.0	2½	54.9	−0.027	+0.41	0.175	167.78
XV	62—65	8.6	3.84	+20.75	−0.54	8½	+ 5.4	8½	54.5	−0.027	+0.39	0.160	305.18
	223	8.6	10.21	+20.21	−0.24	2½	− 9.2	2½	55.3	−0.027	+0.37	0.181	197.14
	355	8.2	15.89	+20.94	−0.56	2½	− 5.6	2½	55.5	−0.027	+0.35	0.171	231.15
	483	8.1	22.84	+24.21	−0.70	2½	+ 0.5	2	54.0	−0.026	+0.31	0.173	271.17
	1143	8.0	45.78	+22.16	−0.57	2½	+ 5.2	1½	56.0	−0.025	+0.22	0.162	303.40
	1385/6	8.7	54.68	+24.88	−0.38	3½	− 8.1	4	54.0	−0.024	+0.18	0.176	209.64
	1452	8.5	57.12	+23.18	−0.80	2	− 0.2	2½	55.0	−0.025	+0.19	0 195	267.91
XVI	943	7.0	16 30.51	+23.18	+0.42	2	− 8.6	2½	54.1	−0.024	+0.04	0.196	144.55
	1181	8.9	37.18	+21.85	−0.62	1½	− 8.9	1½	54.9	−0.025	−0.02	0.221	222.88
	1224	7.3	38.79	+24.00	−0.93	2	− 1.5	2½	54.9	−0.025	−0.02	0.230	263.27
	1292	9.2	40.82	+21.95	−0.71	1½	− 3.4	1½	54.9	−0.025	−0.03	0.184	250.46
	1435	9.0	45.94	+23.81	+0.02	2	− 8.0	2½	55.0	−0.025	−0.03	0.184	141.97
	1602	9.0	51.62	+20.91	−0.40	1½	+ 7 9	1½	55.7	−0.025	−0.05	0.170	326.83
XVII	152/4	8.8	17 6.16	+20.99	−0.70	3	− 7.9	3½	54.4	−0.024	−0.15	0.223	230.39
	335	8.1	12.29	+21.94	+0.88	1½	− 0.9	1½	55.9	−0.025	−0.20	0.225	93.17
	473	7.7	16.30	+25.03	+0.15	2	−11.4	2½	54.0	−0.024	−0.18	0.212	167.87
	676	8.0	22.89	+22.26	−0.41	1½	− 7.9	1½	55.0	−0.025	−0.22	0.170	214.79
	743	9.1	25.07	+20.17	−0.55	1½	− 5.1	2	51.9	−0.024	−0.22	0.169	236.20
	999	9.2	31.57	+23.50	−0.73	1½	− 9.9	2½	56.0	−0.026	−0.26	0.245	225.34
	1196	6.0	36.33	+24.64	−0.37	2	− 8.3	2½	55.0	−0.026	−0.27	0.170	210.70
	1223	8.9	37.03	+22.86	−0.63	2	+ 3.2	2	52.0	−0.024	−0.26	0.175	292.39
	1229	6.2	37.22	+24.40	−0.75	2	+ 3.1	2½	54.0	−0.025	−0.27	0.196	288.54
	1243	9.0	37.71	+24.15	−0.69	2	− 2.8	2	51.9	−0.024	−0.26	0.184	254.61
	1281/3/4	9.1	39.22	+24.87	−0.01	5	+ 8.1	5	52.5	−0.024	−0.27	0.159	1.33
	1668	8.0	52.24	+20.50	−0.33	1½	+11.6	2	53.0	−0.025	−0.33	0.239	340.49
XVIII	184	8.8	18 6.44	+23.46	+0.81	2	− 1.3	2	52.9	−0.026	−0.37	0.220	94.59
	225	8.9	8.03	+21.42	−0.58	1½	− 6.2	2½	55.0	−0.027	−0.41	0.175	232.93
	362	9.2	12.75	+22.92	+0.60	1½	+ 2.1	2½	55.5	−0.027	−0.43	0.163	73.76
	700	6.5	24.27	+20.73	−0.04	1½	−12.9	2	52.0	−0.026	−0.45	0.239	180.89
	971	8.9	32.14	+20.51	−0.18	1½	−15.4	2	52.0	−0.027	−0.48	0.230	188.09
	883	9.2	32.55	+25.13	+0.90	2	+ 0.5	2	52.5	−0.027	−0.49	0.245	85.59
	1021	8.8	33.52	+23.71	−0.63	2	− 1.9	2	52.0	−0.027	−0.49	0.163	260.42
	1906	7.2	19 0.52	+21.95	−0.85	1½	− 8.1	2	56.3	−0.031	−0.63	0.241	236.66
	1923	7 7	0.92	+20.21	−0.39	2	−11.6	2½	51.8	−0.028	−0.58	0.234	204.47
XIX	173/4	7.9	5.85	+20.98	+0.66	3½	− 1.8	4½	54.0	−0.030	−0.62	0.178	97.03
	397	9.1	13.35	+23.07	−0.62	2	− 6.3	2	53.3	−0.030	−0.64	0.187	235.31
	505	7.8	16.90	+20.29	−0.81	2	−11.6	2½	52.2	−0.030	−0.63	0.214	190.73
	541	8.1	18.25	+21.91	+0.81	1½	− 4.8	2½	55.6	−0.032	−0.68	0.223	109.45
	685	4.2	22.47	+22.36	−0.57	2	− 4.4	2	52.7	−0.030	−0.66	0.159	243.44
	816	6.8	26.98	+51.53	−0.36	1½	−11.0	2½	56.1	−0.033	−0.72	0.200	203.79
	837	8.2	27.59	+21.69	−0.18	1½	+ 9.6	2½	56.0	−0.033	−0.72	0.188	348.83
	939	8.7	30.09	+20.56	+0.16	2	− 9.3	2½	53.0	−0.031	−0.68	0.170	162.93
	940	9.0	30.12	+22.28	−0.42	1½	−13.3	2½	56.1	−0.033	−0.72	0.244	203.09
	947	9.1	30.27	+24.42	−0.64	2	− 6.8	2	52.1	−0.031	−0.67	0.200	234.00
	1141	8.6	35.32	+23.75	−0.08	1½	−13.2	1½	56.1	−0.033	−0.74	0.223	182.99
	1559	9.2	47.59	+23.18	−0.71	1½	− 1.3	1½	55.4	−0.034	−0.77	0.169	266.76
	1678	7.5	50.98	+23.70	−0.62	1½	− 7.6	1½	56.4	−0.035	−0 79	0.188	229.97
	1792	7.6	54.25	+22.31	−0.05	1½	−13.6	2½	56.1	−0.035	−0.80	0.228	180.93

a		b	c		d				e	f		g	h
hora	Nummer	Grösse	Genäherte R. A. für 1850.0	Decl. für 1850.0	Unterschied *Be–Ko* in A. R.	Gewicht	Unterschied *Be–Ko* in Decl.	Gewicht	Zwischenzeit der Epochen	Correction wegen Präcession und Rotation		Jährliche E. B. in a. c. m.	Positionswinkel der E. B.
XX	191	8.6	$20^h\ 5^m.06$	+25°01	$-0^s.71$	$2^1/_2$	− 3″.7	$2^1/_2$	55.1	$-0^s.036$	−0″.82	0″.177	252°.86
	573	8.9	15.56	+20.26	+0.90	2	+ 2.0	2	57.6	−0.038	−0.88	0.231	77.52
	639	9.0	17.47	+21.35	−0.33	$1^1/_2$	−12.9	$2^1/_2$	55.8	−0.037	−0.86	0.228	198.64
	729	6.8	20.55	+19.98	−0.15	2	+ 8.1	2	57.3	−0.039	−0.90	0.160	350.30
	787	8.1	22.37	+21.55	+0.83	$1^1/_2$	− 0.8	$2^1/_2$	56.6	−0.038	−0.89	0.207	89.57
	989	8.5	28 58	+20.16	−0.18	2	+ 8.3	2	56.9	−0.039	−0.91	0.165	348.03
	1721	7.3	55.05	+20.52	+0.75	$1^1/_2$	− 1.3	$2^1/_2$	57.6	−0.043	−0.97	0.191	191.72
	1759	9.0	57.08	+21.11	−0.12	2	+ 8.7	2	57.5	−0.043	−0.98	0.169	353.72
XXI	53	7.8	$21\ 3.44$	+20 13	−0.70	$1^1/_2$	+ 0.7	$2^1/_2$	57.4	−0.043	−0.99	0.161	280.51
	374	9.0	15.54	+24.35	−0.84	2	+ 4.1	$2^1/_2$	56.3	−0.044	−0.99	0.216	294.77
	421/22	5.8	17.22	+23.63	+0.78	$4^1/_2$	+ 1.2	$4^1/_2$	55.8	−0.044	−0.98	0.208	79.19
	533	9.1	22.08	+40.67	−0.66	$1^1/_2$	+ 3.0	$2^1/_2$	57.5	−0 046	−1.02	0.164	295.29
	590	9.1	24.19	+22.68	+ 0.56	3	+ 5.1	2	57.4	−0.046	−1.02	0.181	53.92
	976	7.0	39.46	+22.25	−0.19	3	+ 9.1	2	56.9	−0.048	−1.03	0.181	349.01
	981.2	6.9	39.57	+24.87	+0.64	4	+ 0.9	4	56.1	−0.047	−1.02	0.173	78.60
	1104	8.3	45.02	+23.99	−0.45	2	− 9.3	$2^1/_2$	54.7	−0.047	−1.00	0.183	213.93
XXII	116	8.8	$22\ 4.76$	+22.38	+0.61	2	+ 0.5	$2^1/_2$	54.7	−0.049	−1.01	0.169	80.61
	220	9.2	8.98	+24.19	−0.65	2	− 8.1	2	54.9	−0 050	−1.01	0.199	229.55
	286	9.2	12.03	+24.22	−0.69	2	− 5.1	2	55.3	−0.050	−1.03	0.176	245.35
	417	9.0	18.90	+20.34	+0.63	$1^1/_2$	+ 0 6	$2^1/_2$	56.8	−0.053	−1.06	0.169	80.05
	474	7.5	21.17	+24.09	+0.07	2	−11.6	2	54.7	−0.051	−1.02	0.196	170.99
	574	8 4	25.83	+24.90	−0.61	2	− 7.2	$1^1/_2$	55.1	−0.052	−1.03	0.191	227.16
	896	9.0	36.96	+23.95	+0.36	1	−12.0	$1^1/_2$	55.6	−0.054	−1.04	0.222	152.37
	1001.2	F 4.0	42.76	+23.81	+0.58	$3^1/_2$	− 3.0	3	47.2	−0.046	−0.88	0.204	115.99
	1233	7.5	53.69	+21.58	+0.68	2	+ 1.1	$2^1/_2$	55.3	−0.056	−1.03	0.188	78.21
	1378/79	6.2	$23\ 0.07$	+20.33	+0.74	$3^1/_2$	− 4.0	$4^1/_2$	56.4	−0.058	−1.04	0.203	104.99
XXIII	22	8.4	2.22	+23.45	+0.70	$2^1/_2$	− 1.1	$1^1/_2$	52.0	−0.054	−0.96	0.201	90.77
	54	8.8	3.73	+23.89	+0.53	$2^1/_2$	+ 0.4	$1^1/_2$	51.6	−0.053	−0.95	0.159	80.51
	57	8.2	3.77	+24.56	−0.65	1	− 6.4	$1^1/_2$	55.5	−0 057	−1.03	0.177	236.84
	142/43	8.7	7.28	+20.07	+0.71	$3^1/_2$	− 5.3	$4^1/_2$	55.5	−0.057	−1.03	0.206	111.88
	268	8.1	13.02	+21.33	+0.61	2	+ 6.7	$2^1/_2$	54.8	−0.058	−1.01	0.220	50.21
	355	9.2	17.00	+23.67	+0.59	$2^1/_2$	− 3.7	$1^1/_2$	51.9	−0.055	−0.95	0.180	107.10
	368	4.6	17.89	+22.58	+0.63	2	− 0.8	$2^1/_2$	49.2	−0.052	−0.90	0.195	79.80
	444—6	8.7	20.79	+25.10	+0.65	6	− 2.4	$5^1/_2$	54.6	−0.058	−1.00	0.181	98.12
	762/4	8.3	34.59	+23.90	−0.66	$3^1/_2$	+ 4.6	3	54.4	−0.060	−1.00	0.183	303.48
	766	8.1	34.62	+23.16	−0.88	1	+ 2.5	$1^1/_2$	55.4	−0.061	−1.00	0.215	287.37
	768/9	8.6	34.69	+23.39	+0.56	$4^1/_2$	− 4.1	4	54.2	−0.060	−0.98	0.169	109.96
	1007	9.0	47.77	+21.36	+0.77	2	− 6.1	$2^1/_2$	56.1	−0.063	−1.00	0.225	113.84
	1074	8.5	51.21	+24.64	+0.54	$2^1/_2$	− 3.5	$1^1/_2$	52.2	−0.059	−0.92	0.166	107.27
	1089	8.6	51.69	+23.93	+0.72	1	+ 0.7	$1^1/_2$	55.9	−0.063	−0.98	0.196	81.20
	1272	9.1	57.76	+22.39	+0.67	2	− 5.6	$2^1/_2$	54.2	−0.062	−0.95	0.206	114.63

Dritte Klasse.

0	885/7/8	6.0	$0^h\ 33^m.65$	+23°83	$+0^s.47$	5	−1″.2	$5^1/_2$	54.6	$-0^s.066$	−0″.89	0″.136	92°.31
	1026/27	F 4.1	39.40	+23.45	−0.31	4	−4.8	4	49.0	−0.060	−0.78	0.108	220.76
I	1059/60	7.5	1 45.49	+25.04	+0.55	5	−0.3	5	54.9	−0.074	−0.69	0.158	87.42
II	444	7.8	2 18.50	+22.20	−0.70	1	+1.1	3	59.2	−0.082	−0.63	0.148	281.42
	1442—44	8.0	59.86	+25.01	−0.36	5	−3.4	$3^1/_2$	51.5	−0.074	− 0.38	0.097	232.69
III	38	8.5	3 2.55	+22.09	+0.18	1	−8.2	3	58.2	−0.084	−0.43	0.148	154.78
	209	7.0	9.56	+23.33	−0.69	1	+0.2	1	47.1	−0.068	− 0.32	0.146	273.47
	1215	6.5	56.47	+21.60	−0.47	$2^1/_2$	−5.5	2	54.1	−0.079	−0.17	0.141	225.47
IV	130	8.1	4 6.88	+20.44	+0.57	$1^1/_2$	+0.4	$2^1/_2$	55.1	−0.081	−0.12	0.164	86.70
	131	8.1	6.88	+20.44	+0.39	2	−1.4	$1^1/_2$	55.1	−0.081	−0.12	0.121	101.09
	1206	8.8	36.25	+23.32	−0.57	1	−1.5	1	53.9	−0.079	−0.21	0.130	255.89
V	1686	8.7	5 51.15	+20.06	−0.43	$1^1/_2$	−5.9	3	55.6	−0.080	−0.33	0.142	217.91
	1963	8.0	58.63	+21.88	−0.62	1	+4.1	1	54.1	−0.078	−0.36	0.155	296.47
VI	859 60	8.7	6 28.83	+24.96	−0.49	$3^1/_2$	+0.6	$3^1/_2$	55.0	−0.078	−0.49	0.101	271.13

a		b	c		d				e	f		g	h
hora	Nummer	Grösse	Genäherte R. A. für 1850.0	Decl.	Unterschied *Be–Ko* in A. R.	Gewicht	Unterschied *Be–Ko* in Decl.	Gewicht	Zwischenzeit der Epochen	Correction wegen Präcession und Rotation		Jährliche E. B. in a. c. m.	Positionswinkel der E. B.
VI	927/29/65	8.8	$6^h30^m.85$	+22°35	—0ˢ.65	5½	—0″.6	4	53.4	—0ˢ.074	—0″.48	0″.140	262°30
	1909/10	7.8	7 1.38	+24.35	—0.15	4½	—7.1	5½	54.0	—0.074	—0.60	0.144	187.79
VII	326	8.7	10.31	+21.23	—0.23	2½	—7.7	2	56.0	—0.076	—0.65	0.154	194.33
	547	5.8	18.83	+21.75	—0.20	2½	—7.3	2	56.3	—0.076	—0.68	0.145	192.15
	570	7.4	19.52	+21.85	—0.60	2½	+0.5	2	55.9	—0.075	—0.68	0.130	268.58
	1598/99	7.5	57.72	+22.88	—0.53	4	—2.1	5	54.3	—0.070	—0.79	0.129	245.61
VIII	1458/59	6.5	8 58.80	+23.58	—0.53	3	+0.9	4	55.4	—0.065	—0.95	0.116	269.55
IX	256	8.4	9 12.26	+22.31	—0.56	2	—2.5	2½	56.1	—0.064	—0.98	0.137	243.15
	423	8.8	19.90	+23.75	—0.52	2	+5.0	2	54.4	—0.061	—0.96	0.139	302.42
	720/1	8.0	32.34	+21.71	+0.07	4½	—5.5	4½	55.4	—0.061	—1.00	0.122	164.39
	926/27	8.0	43.47	+20.86	—0.60	3	—0.6	4	54.0	—0.058	—0.98	0.142	258.12
	1068/69	8.5	49.71	+21.70	—0.37	4	—3.5	4½	52.5	—0.056	—0.96	0.119	224.29
X	463	8.2	10 22.97	+24.77	—0.54	2	—2.6	2	55.0	—0.054	—1.02	0.139	241.75
	727/28	F 5.3	35.26	+23.97	—0.54	3½	—1.0	4	48.8	—0.047	—0.91	0.145	254.38
	785	9.0	38.27	+23.68	—0.63	1½	+0.5	2	54.5	—0.052	—1.02	0.147	266.28
	809/10	8.5	39.34	+22.70	—0.54	4	—1.8	4½	50.4	—0.048	—0.94	0.146	248.10
	846	9.2	41.49	+20.80	—0.46	2	+5.3	1	49.3	—0.047	—0.92	0.146	307.43
	936/7	8.5	45.84	+21.33	—0.42	4	+0.9	4½	51.0	—0.048	—0.95	0.101	269.43
XI	175/6	8.8	11 9.52	+20.80	—0.48	4½	—0.7	3	50.0	—0.045	—0.92	0.125	254.96
	509/10	6.5	27.24	+21.27	—0.45	4	—1.8	4½	50.4	—0.043	—0.92	0.124	244.25
	986/88	8.2	50.01	+22.51	+0.50	4½	—0.4	4½	51.4	—0.041	—0.91	0.148	99.91
	1014/15	9.1	51.57	+22.59	—0.51	4½	+3.3	4½	51.4	—0.041	—0.91	0.135	290.19
	1017/18	8.7	51.72	+21.70	+0.41	4½	+0.2	4½	50.4	—0.040	—0.89	0.125	96.31
	1098/1100	9.0	55.22	+25.01	—0.58	3	+0.7	4	53.4	—0.042	—0.94	0.140	268.17
	1206	8.9	12 0.40	+24.54	—0.57	1½	+2.9	2	51.9	—0.040	—0.90	0.147	285.23
XII	84—86	6.6	4.13	+24.16	+0.43	5½	—2.0	6	53.7	—0.041	—0.93	0.133	114.18
	838	8.5	40.90	+25.06	—0.35	3	+5.0	1½	49.1	—0.034	—0.78	0.124	313.94
	852	8.8	41.34	+22.82	—0.43	1½	+5.3	2	51.9	—0.036	—0.82	0.136	309.37
	870	8.9	42.22	+23.92	—0.53	1½	+3.3	2	52.0	—0.036	—0.82	0.140	289.92
	1110	9.1	55.68	+20.73	—0.46	2½	+4.6	2½	54.9	—0.036	—0.84	0.127	302.61
	1185	9.3	59.96	+20.26	—0.45	1½	+4.2	2	52.3	—0.034	—0.79	0.128	300.61
XIII	97	8.8	13 5.89	+21.80	—0.56	2½	—0.8	2½	51.3	—0.033	—0.76	0.146	257.95
	125/6	9.1	7.00	+22.10	—0.31	5½	+3.4	5	51.3	—0.033	—0.76	0.091	304.52
	140	9.0	8.07	+22.70	—0.27	2½	+7.4	2½	51.5	—0.032	—0.76	0.144	333.58
	711	9.1	34.25	+20.48	—0.48	2½	+6.4	2½	55.2	—0.033	—0.73	0.152	312.47
	863/4	8.3	40.88	+24.86	—0.54	4	—2.9	4	52.5	—0.031	—0.67	0.151	243.15
	1159	9.0	52.37	+23.60	—0.45	1½	+4.0	2	52.9	—0.030	—0.64	0.127	300.00
	1294/5	7.3	58.75	+23.45	—0.44	4	—4.1	4	53.8	—0.029	—0.63	0.138	230.29
XIV	86	9.1	14 4.58	+22.51	—0.56	2½	+1.9	2½	52.0	—0.029	—0.59	0.144	280.10
	118	8.5	5.83	+24.52	—0.56	1½	+0.3	2	52.0	—0.029	—0.59	0.142	267.74
	301/2	8.0	14.14	+22.61	—0.31	5	+2.6	4½	53.5	—0.028	—0.53	0.083	297.92
	535/36	8.5	25.20	+22.74	—0.43	5	+2.5	4½	54.5	—0.028	—0.54	0.108	289.39
	565	8.6	26.37	+23.60	—0.58	2½	+3.3	2	54.6	—0.028	—0.54	0.149	289.84
	703	6.0	33.55	+22.62	—0.27	8½	+1.5	8	53.8	—0.028	—0.50	0.065	286.60
	856	9.0	39.80	+24.26	—0.60	2½	—1.6	2	54.0	—0.027	—0.48	0.152	255.31
	1261	8.8	57.67	+23.76	—0.50	2½	+3.8	2	55.0	—0.027	—0.42	0.134	297.27
XV	183—85	8.0	15 8.84	+23.11	—0.36	6	+2.2	5½	53.3	—0.026	—0.36	0.098	291.68
	238/39	7.0	10.84	+22.84	—0.22	3½	+4.5	3½	52.9	—0.025	—0.35	0.094	326.93
	950/1	8.9	38.09	+21.71	—0.38	3½	+2.9	3½	54.0	—0.025	—0.25	0.103	298.31
	1166	8.8	46.63	+21.32	+0.31	3½	—6.2	3½	53.0	—0.024	—0.21	0.150	144.30
	1204—6	6.2	47.97	+20.75	—0.60	6	—0.3	7	54.9	—0.025	—0.21	0.145	266.34
	1249	8.8	49.88	+20.99	—0.41	2½	+5.5	1½	52.0	—0.024	—0.18	0.145	314.84
	1283.5	8.5	50.96	+25.05	—0.12	2	—7.6	2½	55.0	—0.026	—0.20	0.144	189.48
	1329	8.2	52.83	+22.88	—0.38	2	—6.7	2½	54.9	—0.025	—0.20	0.154	215.49
	1404/5	8.2	55.54	+21.31	—0.22	3½	—4.6	3½	53.0	—0.024	—0.17	0.104	209.66
	1499/1500	8.2	58.77	+22.43	—0.53	4	—2.3	3	54.0	—0.024	—0.17	0.138	250.55

a		b	c		d				e	f		g	h
hora	Nummer	Grösse	Genäherte R. A. für 1850.0	Decl.	Unterschied *Be—Ko* in A. R.	Gewicht	Unterschied *Be—Ko* in Decl.	Gewicht	Zwischenzeit der Epochen	Correction wegen Präcession und Rotation		Jährliche E. B. in a. c. m.	Positionswinkel der E. B.
XV	1562/3	8.8	16h 0m.65	+22°03	+0s.01	3½	—6″.8	3½	53.0	—0s.024	+0″.15	0″.131	176°.13
	1569—71	6.5	0.87	+22.23	—0.25	5	—3.0	5	54.7	—0.025	+0.15	0.081	224.71
XVI	740/74	9.0	25.66	+22.91	—0.64	3½	—1.8	3	55.4	—0.025	+0.05	0.157	257.75
	1023	7.7	32.61	+21.99	—0.57	1½	—1.1	1½	54.9	—0.025	0.00	0.139	261.71
	1027	8.4	32.75	+24.68	—0.48	2	+4.4	2½	54.0	—0.024	0.00	0.143	304.84
	1151/3	8.0	36.29	+23.96	—0.40	4	+2.8	5	54.0	—0.024	—0.01	0 110	298.34
	1174	7.3	37.02	+21.00	—0.32	1½	—5.0	1½	56.0	—0.026	—0.02	0.115	219.29
	1717	8.5	55.71	+23.15	— 0.59	1½	+1.1	1½	55 9	—0.025	—0.08	0 142	278.57
XVII	597	9.0	17 20.34	+20.34	—0.60	1½	—0.6	2	52.9	—0.024	—0.20	0.151	267.13
	695	8.6	23.42	+22 43	—0.48	1½	—2.7	1½	55.0	—0.025	—0.22	0.123	248.53
	725	8.9	24.38	+22.53	—0 50	1½	—0.8	1½	55.0	—0.025	—0.22	0.120	264.97
	991/2	6 0	31.35	+24.40	—0.31	4	—2.0	4½	52.9	—0.024	—0.24	0.082	246.06
	1512	8.7	47.14	+21.36	—0.54	1½	+0.8	2½	55.0	—0.026	—0.32	0.131	278.93
	1515/16	7.9	47.20	+25.03	—0.46	3	—2.1	3	51.4	—0.024	—0.30	0.123	253.41
XVIII	77	8.5	18 3.09	+24.15	—0.59	2	—2.5	2	53.0	—0.026	—0.37	0.153	254.76
	109/10	8.5	4.10	+24.78	—0.29	3	—3.4	4	52.5	—0.026	—0.37	0.090	230.37
	345	8.0	12.32	+24 39	—0.32	2	—6.0	2	51.9	—0.026	—0.40	0.133	216.03
	666	8.5	23.47	+20.95	—0.22	1½	—6.8	2	52.0	—0.026	—0.44	0.133	202.91
	756.7	8.6	25.92	+24.96	—0.47	3½	+0.5	4	53.0	—0.027	—0.46	0.122	278.89
	876	8.2	30.23	+23.75	—0.52	2	—1.9	2	53.0	—0.027	—0.48	0.132	258.26
	928	7.5	31.00	+24.31	—0.47	2	—4.8	2	53.0	—0.027	—0.49	0.115	234.93
	994	8.8	32.95	+20.31	+0.05	1½	—6.9	2	53.0	—0.028	—0.49	0.123	170.43
	1642.3	8.8	53.10	+24.96	—0.28	3½	—7.5	4	53.0	—0.028	—0.56	0.147	206.71
	1674/5	8.5	54.00	+24.98	—0.57	3½	+0.7	4	52 7	—0.028	—0.56	0.144	279.52
	1771	8.0	56.79	+23.90	—0.53	2	0.0	2	52.1	—0.028	—0.57	0.134	274.69
XIX	16/17	6.2	19 1.63	+21.46	+0.02	3	+6.0	4½	55.7	—0.031	—0.63	0.119	6.08
	22	7.7	1.73	+21.55	+0.23	1½	+6.4	2½	55.1	—0.030	—0.62	0.143	27.17
	130	8.8	4.89	+24.61	—0.08	2	—7.4	2	52.1	—0.029	—0.59	0.131	185.92
	231	8.3	7.83	+20.70	+0.09	2	—7.1	2½	51.8	—0.029	—0.60	0.129	165.76
	455	8.7	15.20	+20 95	— 0.60	2	—2.2	2½	53.2	—0 030	—0.64	0.151	258.84
	836	8.7	27.51	+21 66	+0.56	1½	—0.2	2½	56.0	—0.033	—0.72	0.147	86.38
	1147	8.5	35.48	+23.04	+0.29	1½	—8.4	2½	56.1	—0.034	—0.74	0.158	149.62
	1346/7	6.2	41.52	+25.02	+0.33	4	—3.5	4	56.5	—0.034	—0.77	0.102	118.42
	1630	9.1	49.46	+23.82	+0 50	1½	+2.0	1½	56.2	— 0.035	—0.79	0.141	69.38
	1632	8.7	49.58	+21.67	—0 04	1½	—8.9	2½	55.7	— 0.034	—0.79	0.146	180.59
	1652	7.0	50.42	+23.38	+0.52	1½	+2.0	1½	55.1	—0.034	—0.78	0.148	70.10
	1818	8.3	55 33	+21.87	+0.54	1½	—1.6	2½	55.6	—0.035	—0.80	0.144	95.73
XX	42	6.8	20 2.20	+21.72	—0.51	1½	—5.3	2½	55.6	—0.035	—0.82	0.137	235.76
	250	9.0	6.65	+23.56	—0.65	1½	—2.1	1½	56.1	—0.036	—0.84	0.153	261.58
	410	8.1	11.01	+21.68	—0.51	1½	—4.3	2½	56.1	—0.037	— 0.85	0.083	242.19
	758/60	8.6	21.44	+20.90	—0.48	3½	—4.5	4½	57.0	—0.039	— 0.89	0.125	239.43
	777/78	8.0	22.04	+20.91	—0.44	3½	—3 1	4½	56.6	—0.038	—0.89	0.106	248.36
	827	9.0	23.65	+24 75	—0.47	1	0 0	1	56.4	—0 038	—0.89	0.107	278.46
	1025	9.0	29.73	+24.54	—0.46	1	—3.5	1	56.0	—0.039	—0.89	0.114	245.90
	1087	8.5	31.58	+24 11	—0 11	1	—9.6	1	56.0	—0.039	—0.90	0.156	186.45
	1377	8.8	41.64	+24.09	—0.49	2½	+0.7	2	56.3	—0.040	—0.92	0.114	284.56
	1793	9.0	57.45	+21.93	+0.54	3	+0.5	2	57.9	—0.043	—0.98	0.142	79.62
XXI	99/101	8.5	21 5.03	+22.97	—0.40	4½	+1.2	4½	55.3	—0.042	—0.95	0.098	293.43
	129	7.8	6.10	+21.46	+0.34	1½	—6.0	2½	56.8	—0.044	—0.98	0.129	133.33
	133	8.0	6.26	+24.59	—0.58	2	—2.2	2½	55.9	—0.044	—0.98	0.135	260.67
	143/4/6	9.0	6.61	+23.16	—0.36	7½	—1.9	6½	57 1	—0.044	—0.99	0.078	258.27
	212/13	6.7	9.33	+24.81	—0.35	4½	—1.7	4½	55.3	—0.043	— 0.96	0.078	260.14
	415/16	7.2	17.08	+21.29	—0.29	4½	—2.8	4½	57.9	— 0.046	—1.02	0.066	242.24
	546	8.3	22.65	+20 83	—0.20	1½	—6.7	2½	56.8	—0 045	—1.01	0.107	200.68
	724/5	9.0	29.59	+23.22	+0.40	5	+4.7	4½	55.9	—0.046	—1.00	0.150	47.31
	1112	7.0	45.15	+23.31	—0.53	2	—1.8	2½	54.9	—0.047	—1.00	0.154	264.58
	1125	7.8	46.10	+20.23	— 0.30	1½	—6.6	2½	57.9	—0.049	—1.06	0.113	212.12
	1555	5.8	22 0.80	+20.98	—0.30	3	—7.1	2	56.8	—0.050	—1.05	0.123	209.79

a		b	c		d				e	f		g	h
hora	Nummer	Grösse	Genäherte R. A. für 1850.0	Decl.	Unterschied *Be–Ko* in A.R.	Gewicht	Unterschied *Be–Ko* in Decl.	Gewicht	Zwischenzeit der Epochen	Correction wegen Präcession und Rotation		Jährliche E. B. in a. c. m.	Positionswinkel der E. B.
XXII	10/11	6.8	$22^h\ 1^m.36$	$+23°.43$	$-0^s.34$	4	-3.8	5	56.1	$-0^s.050$	$-1''.04$	$0''.087$	$235°.52$
	410	9.0	18.50	+21.56	+0.51	2	—0.9	$2^1/_2$	54.9	—0.051	—1.02	0.142	89.12
	548/49	8.3	24.76	+23.09	+0.44	4	—1.6	5	55.6	—0.052	—1.04	0.123	94.70
	978	8.7	41.60	+19.99	+0.51	2	—4.4	$2^1/_2$	56.8	—0.055	—1.06	0.150	113.10
	1296	6.8	56.50	+20.80	—0.29	2	—8.0	$2^1/_2$	57.8	—0.058	—1.07	0.132	204.89
XXIII	20	8.8	23 2.14	+23.40	+0.46	$2^1/_2$	—1.7	$1^1/_2$	51.6	—0.053	—0.95	0.139	96.02
	137—39	6.5	7 22	+23.29	+0.34	$5^1/_2$	—0.9	$5^1/_2$	54.3	—0.056	—1.00	0.101	88.95
	313/14	8.3	15.07	+23.28	+0.33	3	—0.6	4	55.2	—0.058	—1.01	0.098	85.64
	315	6.6	15.09	+25.10	—0.52	$2^1/_2$	+0.3	$1^1/_2$	51.9	—0.054	—0.95	0.127	280.95
	351	8.0	16.88	+20.59	—0.60	$1^1/_2$	+0.4	2	56.3	—0.059	—1.03	0.136	280.80
	378/9	7.1	18.22	+24.13	+0.23	$3^1/_2$	—2.5	3	54.4	—0.058	—1.00	0.077	106.62
	420	8.1	19.98	+24.65	+0.05	1	—7.6	$1^1/_2$	56.0	—0.059	—1.02	0.121	167.08
	557/9	7.1	25.96	+23.51	+0.37	$3^1/_2$	+1.0	3	54.4	—0.059	—0.99	0.115	71.49
	596/7	8.4	27.73	+24.46	+0.47	$3^1/_2$	—0.3	3	54.4	—0.059	—0.99	0.135	84.62
	881	6.8	40.98	+24.82	—0.55	1	—5.7	$1^1/_2$	56.4	—0.063	—1.01	0.146	235.21
	895	6.6	41.73	+22.02	—0.57	2	—2.1	$2^1/_2$	54.6	—0.061	—0.97	0.131	260.90
	910	7.9	42.56	+22.96	+0.43	$5^1/_2$	—1.6	$5^1/_2$	54.1	—0.060	—0.96	0.126	95.38
	1055/57	8.0	50.43	+23.52	—0.33	$3^1/_2$	—6.8	3	54.0	—0.061	—0.95	0.131	212.50
	1062/63	8.5	50.82	+23.57	+0.05	$3^1/_2$	—6.9	3	54.2	—0.061	—0.95	0.113	165.51
	1117—19	7.8	52.84	+25.01	+0.24	6	—1.0	$5^1/_2$	55.0	—0.063	—0.96	0.076	90.55

Die Formeln, nach denen die Rechnung zu führen ist, sind nun die folgenden

$$d\alpha^s = f + (g \operatorname{tg}\delta + \frac{F}{\varrho}\sec\delta)\sin\alpha - (h\operatorname{tg}\delta + \frac{G}{\varrho}\sec\delta)\cos\alpha$$

$$d\delta'' = -\frac{H}{\varrho}\cos\delta + (g + \frac{F}{\varrho}\sin\delta)\cos\alpha + (h + \frac{G}{\varrho}\sin\delta)\sin\alpha,$$

worin nach Schönfeld's Bezeichnung

$$f = d\psi\cos\omega + \mathrm{dl}\cos i$$
$$g = d\psi\sin\omega + \mathrm{dl}\cos\Omega\sin i$$
$$h = \mathrm{dl}\sin\Omega\sin i$$
$$\frac{F}{\varrho} = \frac{1}{\varrho}\{c\cos\sigma\cos\tau + u\,\mathrm{dl}\}$$
$$\frac{G}{\varrho} = \frac{1}{\varrho}\{c\sin\sigma\cos\tau - v\,\mathrm{dl}\}$$
$$\frac{H}{\varrho} = \frac{1}{\varrho}\{c\sin\tau - w\,\mathrm{dl}\}$$

wenn u, v, w die oben ausgewertheten, von der galactocentrischen Rotation herrührenden Ausdrücke sind, ϱ aber die Entfernung des Sternes bezeichnet. Die Formeln für $d\alpha^s$ und $d\delta''$ sind gleich in einer Form geschrieben, welche erkennen lässt, dass die Trennung der Unbekannten g und F, sowie die von h und G aus jedem der Systeme von Normalgleichungen allein nicht möglich ist, da δ für alle Sterne der Zone constant ist — aus diesem Grunde konnte auch der Reductionsfactor $\cos\delta$ der Gleichung für $d\alpha$ fortbleiben — und über das ϱ, welches mit F und G verbunden ist, auch durchaus keine Annahme gemacht werden kann, welche für jeden einzelnen Stern begründet wäre.

In Betreff dieses ϱ, also der Entfernung der Fixsterne, welche E. B. zeigen, sind von früheren Bearbeitern unseres Problems zwei verschiedene Wege eingeschlagen worden. Entweder wurde ϱ als eine Function der Helligkeit der Sterne angenommen oder aber es ward für Sterne gleicher Eigenbewegung im Mittel als gleich angesehen und man fasste dann die Sterne der Grösse ihrer E. B. nach in Klassen zusammen, für die ϱ als constant und von dem anderer Klassen verschieden betrachtet wurde. Als Grundlage der ersteren Hypothese können dann die Abstände der Sterne, wie sie W. Struve in den Etudes aus der Anzahl der Sterne jeder Grössenklasse mit Berücksichtigung der aus Herschel's Sternaichungen gewonnenen Formel für die Sterndichten ausserhalb der Milchstrasse hergeleitet hat, dienen, nachdem L. Struve[1]) diese Reihe, die von seinem Grossvater nur bis zur

[1]) Ludwig Struve, Bestimmung der Constante der Präcession und der eigenen Bewegung des Sonnensystems (Memoires de l' Academie de St. Petersbourg Tome XXXV, Nr. 3).

6ten Grössenklasse geführt war, auf Grund der Seeliger'schen Abzählungen der B. D. bis zur 8ten Grösse erweitert hat. Indess ist diese Hypothese an sich wenig wahrscheinlich, indem die Helligkeit eines Sternes abhängt von Entfernung und Grösse und Leuchtkraft der Oberfläche desselben, die beiden letzten Elemente aber, wie schon ein Blick auf Grösse und Albedo der Glieder unseres Planetensystems lehrt, so starken Veränderungen unterworfen sein können, dass in jedem einzelnen Falle es sehr irrig sein kann, die Helligkeit nur als Function der Entfernung aufzufassen. Im Mittel aus vielen Sternen wird dies allerdings zulässig sein. Es kommt hinzu, dass den Sternen, die merkliche E. B. zeigen, doch von vornherein eine geringere Entfernung zugeschrieben werden muss, als den übrigen derselben Grössenklasse und man daher die aus allen Sternen einer Klasse abgeleitete mittlere Entfernung der Klasse nicht auf die bewegten Sterne derselben übertragen darf. In der That zeigt sich denn auch bei den von L. Struve benutzten Sternen nicht das erwartete Abnehmen der Grösse der E. B. für die schwächeren Grössenklassen und Stumpe, der alle bisher bekannt gewordenen E. B. in einer Untersuchung, bei der er dieselben in 4 Klassen ihrer Grösse nach eintheilte, behandelte, findet die mittleren Helligkeiten der Sterne in allen 4 Klassen beinahe gleich. Bestätigt wird das von Stumpe erhaltene Resultat auch durch diese Arbeit. Es wurden die E. B. in 3 Klassen getheilt und es ist

	Klasse I	Klasse II	Klasse III
mittlere E. B. in a. c. m.	0.″374	0.″197	0.″128
mittlere Helligkeit	$7^{m}.98$	$8^{m}.13$	$8^{m}.08$

Gyldén (Vierteljahrsschrift der A. G. Band XII, p. 299) hat ebenfalls, die erstere Hypothese verwerfend, eine neue aufgestellt, welche die Entfernung als eine zusammengesetzte Function von Helligkeit und Grösse der E. B. gibt. Nach ihm ist $\pi = \frac{P\,s}{\sigma_n\, M_n}$, worin π die Parallaxe des betreffenden Sternes, s seine E. B., P aber für $M_1 = 1$ die mittlere Parallaxe der Sterne 1ter Grösse, σ_n die mittlere E. B. der Sterne der Grössenklasse n, M_n ihre rein aus der Helligkeit abgeleitete Entfernung bezeichnen. Für $\sigma_n M_n$ ist von Gyldén ein Täfelchen gegeben und 0.″083 wird von ihm als mittlere Parallaxe der Sterne 1ter Grösse aus 16 dort angeführten Sternen abgeleitet. Neuerdings hat Oudemans (A. N. Bd. 122) eine Zusammenstellung der E. B. und Parallaxen für 46 Sterne gegeben, an denen sich somit die Gyldén'sche Hypothese prüfen lässt. Es wurde für diese 46 Sterne aus obiger Formel die Grösse P berechnet, indem $\sigma_n M_n$ aus Gyldén's Tafel entnommen wurde. Selbstredend kann für jeden einzelnen Stern der Werth von P ziemlich von 0.″083 abweichen, nur müssen die Mittel aus mehreren Sternen keinen Gang zeigen, der, von der Art und Weise, wie die Sterne zu Mitteln vereinigt sind, abhängt. Fasst man nun dieselben in jene 5 Gruppen zusammen, die Oudemans nach der Grösse der E. B. gebildet hat, so ergeben sich für die Gruppen:

	Anzahl	mittl. E. B.	mittl. Parallaxe	mittl. P
I	(8)	4.″67	0.″36	0.″062
II	(8)	2.″34	0.″22	0.″129
III	(9)	1.″04	0.″22	0.″130
IV	(10)	0.″38	0.″18	0.″244
V	(8)	0.″07	0.″16	1.″042

Dabei wurden aber zur Berechnung von P nicht mit benutzt die Sterne Gr. 1830, μ Cassiop mit der Parallaxe von Pritchard und Arcturus, weil sie bei sehr grosser E. B. eine derartig kleine Parallaxe aufweisen, dass ihre Mitnahme das Resultat der ersten und zweiten Gruppe über Gebühr herabgedrückt hätte, ferner die Hall'sche Parallaxenbestimmung von 6 Cygni, welche einen negativen Werth von π gibt, und die Sterne π Herculis und α Argus der fünften Gruppe, von denen der erstere die Parallaxe 0, der zweite die E. B. 0 hat. Die Zahlen der fünften Gruppe sind überhaupt noch sehr unsicher und deshalb ist auf das so sehr grosse P dieser Gruppe wenig Gewicht zu legen.

Die Werthe von P zeigen also einen sehr merkbaren Gang mit abnehmender E. B., der nicht vollkommen erklärt werden kann durch die von Oudemans gemachte Bemerkung, dass man vorzugsweise Sterne mit grosser E. B. auf ihre Parallaxen untersucht habe, dass somit die P wahrscheinlich zu klein erhalten werden, eine Bemerkung, die hauptsächlich die ersten Gruppen trifft. Die Zahlen für P deuten vielmehr einerseits eine etwas grössere Parallaxe der Sterne 1ter Grösse an, andrerseits fordern sie eine systematische Verkleinerung der σ_n für die schwächeren Grössenklassen, eine Vergrösserung der σ_n für die helleren.

Nachdem sowohl die Struve'sche, wie die Gyldén'sche Entfernungshypothese ausgeschlossen waren, blieb nur die Möglichkeit, die Entfernungen mit der Grösse der E. B. in Beziehung zu setzen. Nun ist es eigentlich nicht zulässig, Sterne, die in sehr verschiedenen Richtungen am Himmelsgewölbe mit derselben E. B. behaftet

sind, auch in gleiche Entfernungen zu versetzen. Denn da die Sterne in der Richtung nach dem Apex oder Antiapex gar keine, in dem von beiden 90° abstehenden grössten Kreise die grösste parallaktische E. B. zeigen müssen und dazwischen eine solche, die dem sinus des Abstandes vom Apex proportional ist, die motus peculiares aber als zufällig wirkende Grössen betrachtet werden, so wäre es in diesem Falle consequent, in die Annahmen über die Entfernung, die sich auf die Grösse der E. B. stützen, den Abstand vom Apex mit einzuführen. Es scheinen aber für einen solchen Versuch zweierlei Daten zu fehlen. Erstlich müsste der Ort des Apex schon bekannt sein, der erst der Zweck der ganzen Untersuchung ist, und zweitens müsste eine E. B. in bekannter Entfernung gegeben sein, von der vorausgesetzt werden dürfte, dass ihr jeder motus peculiaris abgeht. Wenn wir aber annehmen, dass die von uns bereits in § 7 behandelten schwächeren Sterne, 4565 an der Zahl, auch eine Apexbestimmung erlauben, und dass für diese eine mittlere Entfernung besteht, die ihrer mittleren Helligkeit entsprechend der Tafel p. 39 entnommen werden kann, so dürfen hier die beiden Grössen als gegeben betrachtet werden und es bietet sich dann folgender indirecter Weg: Die Eigenbewegung jedes der stärker bewegten Sterne wird verglichen mit der E. B., welche die darstellende Formel der 4565 schwachbewegten, für denselben Punkt des Himmels gibt und seine Entfernung diesem Quotienten umgekehrt gleichgesetzt, dieselbe ist dann ausgedrückt in Einheiten der mittleren Entfernung der schwach bewegten Sterne, welch' letztere bekannt ist, da sie aus der mittleren Helligkeit dieser Klasse folgt. Hieraus wird der Apex bestimmt, indem jedem Stern das so erhaltene ϱ beigegeben wird. Ergibt sich derselbe beträchtlich anders als aus den schwach bewegten Sternen, so ist die Rechnung mit zu Grundelegung dieses Apex zu wiederholen. Von der darstellenden Form der E. B. der schwach bewegten Sterne

$$d\alpha = \frac{F}{\varrho} \sin\alpha \cos\delta - \frac{G}{\varrho} \sin\alpha \cos\delta$$
$$d\delta = \frac{F}{\varrho} \sin\delta \cos\alpha + \frac{G}{\varrho} \sin\delta \sin\alpha - \frac{H}{\varrho} \cos\delta$$

sind dann alle die Grössen F, G, H zusammensetzenden Elemente bekannt, bis auf c, welches aus den beobachteten $d\alpha$, $d\delta$ nach der Methode der kleinsten Quadrate zu bestimmen ist. So wird eine neue Darstellungsform für die E. B. der schwachbewegten Sterne gewonnen, welcher jetzt der neue Apex zu Grunde liegt, und durch erneute Vergleichung der stärkeren E. B. mit den hieraus für jeden Ort des nur 5° breiten Streifens, in dem δ constant gesetzt wird, resultirenden, ein neues ϱ für jeden Stern u. s. w. Es leuchtet ein, dass mehr wie zwei Näherungen hier kaum nöthig sein werden und die verhältnissmässig grosse Rechenmühe, die der angegebene Weg verursacht, wird belohnt, wenn man dadurch thatsächlich zu richtigeren Vorstellungen über die Entfernung jedes einzelnen Sternes gelangt als auf anderem Wege.

Wenn man aus der Darstellungsform der Differenzen für die schwach bewegten Sterne (p. 30)

$$d\alpha'' = -8.1588 + 8.2937 \cos\alpha + 7.4704 \sin\alpha = f - \xi \cos\alpha + \eta \sin\alpha$$
$$d\delta = -8.0522 - 8.1396 \cos\alpha - 7.0548 \sin\alpha = f^1 + \xi^1 \cos\alpha + \eta^1 \sin\alpha$$

die $g, h, \frac{F}{\varrho}, \frac{G}{\varrho}, \frac{H}{\varrho}$ aus den Coefficienten beider Gleichungen zusammen berechnet als

$$g = \xi^1 \sec^2\delta - \eta \operatorname{tg}\delta \qquad \frac{F}{\varrho} = \eta \sec\delta - \xi^1 \operatorname{tg}\delta \sec\delta$$
$$h = \eta^1 \sec^2\delta - \xi \operatorname{tg}\delta \qquad \frac{G}{\varrho} = \xi \sec\delta - \eta^1 \operatorname{tg}\delta \sec\delta$$
$$\frac{H}{\varrho} = -f^1 \sec\delta$$

so erhält man (in Logarithmen)

$f = 8.1588_n$	$g = 8.2401_n$	$h = 7.8326$
$\frac{F}{\varrho} = 7.9722$	$\frac{G}{\varrho} = 8.3176_n$	$\frac{H}{\varrho} = 8.0866$

und es stellen dann $f + g \sin\alpha \operatorname{tg}\delta - h \cos\alpha \operatorname{tg}\delta$ den durch den Einfluss der Correction der Präcessionsconstante und die galactocentrischen Rotation entstehenden von ϱ unabhängigen Theil der Rectascensionsdifferenzen, $g \cos\alpha + h \sin\alpha$ den entsprechenden Theil der Declinationsdifferenzen dar.

$$\frac{F}{\varrho} \sec\delta \sin\alpha - \frac{G}{\varrho} \sec\delta \cos\alpha$$

und

$$\frac{F}{\varrho} \sin\delta \cos\alpha + \frac{G}{\varrho} \sin\delta \sin\alpha - \frac{H}{\varrho} \cos\delta$$

aber bedeuten den von der parallactischen Bewegung herrührenden Theil der Verschiebung für einen Stern in der mittleren Entfernung der 4565. Nun wurden die Grössen (Columne f in vorstehender Tafel)

$$f + g \sin\alpha \operatorname{tg}\delta - h \cos\alpha \operatorname{tg}\delta \quad \text{(für A. R.)}$$
$$g \cos\alpha \quad + h \sin\alpha \quad \text{(für Decl.)}$$

einer kleinen Tafel entnommen und von den Differenzen in A. R. und Decl. der stärker bewegten 454 Sterne abgezogen; die Reste, die als reine Wirkung von motus parallacticus und motus peculiaris angesehen wurden, wurden dann zur Bildung des Δs, der E. B. in a. c. m. (Columne g in obiger Tafel) verwandt und diese Δs dividirt durch die aus den Grössen

$$\Delta\alpha = \frac{F}{\varrho}\sec\delta\sin\alpha - \frac{G}{\varrho}\sec\delta\cos\alpha$$

$$\Delta\delta = \frac{F}{\varrho}\sin\delta\cos\alpha + \frac{G}{\varrho}\sin\delta\sin\alpha - \frac{H}{\varrho}\cos\delta$$

berechnete E. B. in a. c. m. der schwächer bewegten Sterne, für welche ebenfalls eine Tafel hergestellt war. Der Quotient war $\frac{1}{\varrho}$ für den betreffenden Stern. Es zeigte sich nun aber bei Ausführung dieser Operation, dass in der Nähe des aus den schwach bewegten Sternen folgenden Apex, der sich zu 294°3, +28°2 ergibt, die Werthe $\frac{1}{\varrho}$ so ungeheuer anwuchsen, dass die hier stehenden Sterne Entfernungen erhielten, die kleiner waren, als selbst der mittlere Abstand der Sterne erster Grösse und als unzulässig verworfen werden mussten. Die Darstellung der schwach bewegten Sterne gibt hier natürlich in Punkten, die sich dem Apex bis auf 5°7 im Minimum nähern, sehr kleine E. B. in a. c. m. und es sind die E. B. der stärker bewegten Sterne in Folge der motus peculiares hier denn doch nicht so klein, wie das einfache Sinusgesetz es erfordert; so sind die grossen Werthe von $\frac{1}{\varrho}$ zu erklären. Dass die E. B. nicht die vorgeschriebene Kleinheit haben, liegt daran, dass ja nur E. B. von einer gewissen Grösse mitgenommen sind, in der Gegend des Apex aber können E. B. von derselben mittleren Grösse wie an andern Punkten des Himmels nur durch beträchtliche motus peculiares erklärt werden, die dann natürlich nicht in unser Gesetz passen. In Hinsicht auf dasselbe hätte eigentlich schon die Auswahl der Sterne nach dem Gesichtspunkte angestellt werden müssen, dass die Eigenbewegungen dividirt durch den Sinus ihres Abstandes vom Apex erst auf gleiche Wahrscheinlichkeit reducirt sind. Doch konnte offenbar ein so complicirtes Gesetz bei der Auswahl der Sterne nicht angewandt werden.

Das hier vorgeschlagene Verfahren, bei dem die Entfernungen der Sterne einem Ausdrucke entnommen sind, der völlig streng ist, wenn thatsächlich die motus peculiares der Fixsterne wie zufällige Fehler wirken, wird voraussichtlich nicht zu den erwähnten Unzuträglichkeiten führen, wenn Sterne vorhanden sind, die über den ganzen Himmel vertheilt liegen und nicht nach der Grösse ihrer E. B. ausgewählt sind.

§ 19. Ableitung der Unbekannten $f, \xi, \eta, f^1, \xi^1, \eta^1$ aus den Rectascensions- und Declinationsgleichungen.

Nachdem auch dieser Weg verlassen war, wurde nunmehr die Apexbestimmung nach 3 Klassen, die der Grösse der E. B. nach geordnet waren, vorgenommen und zwar bildeten die

I. Klasse, die Sterne mit jährlicher E. B. in a. c. m. über 0″251 (log 9.400)
II. » » » » » » » a. c. m. von 0″158 bis 0″251
III. » » » » » » » a. c. m. unter 0″158 (log 9.200)

Als IV. Klasse wurde diesen angefügt die Hauptzahl von 4565 Sternen, die auch eine Apexbestimmung erlauben. Es enthalten

Klasse	I	II	III	
Anzahl	85	221	148	Sterne
mittl. E. B.	0″374	0″197	0″128	

wobei schon die aus den schwächer bewegten Sternen resultirenden Functionen von f, g, h berücksichtigt sind. Wie oben erwähnt, ist die Helligkeit aller Klassen beinahe dieselbe nämlich 8^m1. Betrachtet man aber überhaupt die Anzahlen der Sterne in den einzelnen Klassen im Verhältniss zur Gesammtzahl, so finden sich

Grösse	2.0—4.2,	4.3—5.2,	5.3—5.7,	5.8—6.2,	6.3—6.7,	6.8—7.2,	7.3—7.7,	7.8—8.2,	8.3—8.7,	8.8—9.2,	9.3—9.5
überhaupt bei Bessel	3	25	28	95	138	249	404	835	1427	1860	166
Klasse I	1	0	0	4	2	4	11	14	16	30	1
» II	1	2	2	8	6	11	20	40	46	75	5
» III	0	0	0	8	9	11	8	30	39	41	1
» IV	1	23	26	75	121	223	365	751	1326	1714	159

Es ist schon oben hervorgehoben, dass die Klasse I bis III keine merklich verschiedene Helligkeit aufzuweisen haben. Drückt man nun die Zahlen der Klasse IV in % der Sterne der betreffenden Grössenklasse aus, so ist

Grösse	2.0—4.2,	4.3—5.2,	5.3—5.7,	5.8—6.2,	6.3—6.7,	6.8—7.2,	7.3—7.7,	7.8—8.2,	8.3—8.7,	8.8—9.2,	9.3—9.5
Klasse IV	33	92	93	79	88	90	90	90	93	92	96

und diese Zahlen ergeben den Procentsatz von Sternen der betreffenden Grössenklassen, für welche die Wahrscheinlichkeit, dass nur Beobachtungsfehler die Differenzen *Be—Ko* verursachen $>$ 1 : 50000 war. Man kann in diesen Zahlen, wenn man von den nur auf wenigen Sternen beruhenden der Helligkeitsklassen bis 5.7 absieht, ein sehr langsames Anwachsen mit abnehmender Helligkeit constatiren, so dass sich aufs neue zeigt, dass die Anzahl der merkbaren E. B. nur sehr langsam mit der Helligkeit abnimmt und es deshalb nicht zulässig erscheint, bei den bewegten Sternen als Maass der Entfernung die Helligkeit einzuführen.

Die drei Klassen bewegter Sterne wurden nun getrennt behandelt und zur Ableitung der Grössen $f\,\xi\,\eta$, $f^1\,\xi^1\,\eta^1$ benutzt, indem bei Bildung der Normalgleichungen jeder Stern gesondert zur Bildung der Coefficienten beitrug, da die Rechnung für jeden einzelnen Stern durchgeführt nicht viel weitläufiger ist, als wenn man erst zur Bildung von Mitteln schreitet. Die erhaltenen Grössen sind in Logarithmen:

	f	ξ	η	f^1	ξ^1	η^1
Klasse I	8.4468_n	9.3517_n	9.0715	9.1502_n	7.3274_n	8.9384_n
» II	8.2821_n	8.9950_n	8.3615	8.7479_n	8.0270_n	8.0994_n
» III	8.7449_n	8.7576_n	8.1085	8.4406_n	8.4668_n	7.8677_n
» IV	8.1588_n	8.2937_n	7.4704	8.0522_n	8.1396_n	7.0548_n

und es sind hier $f, \xi, \eta, f^1, \xi^1, \eta^1$ die obigen Functionen der gesuchten Unbekannten $f, g, h, \frac{F}{\varrho}, \frac{G}{\varrho}, \frac{H}{\varrho}$, von denen f und $\frac{H}{\varrho}\cos\delta$ einfach in f und f^1 gegeben sind, während g und $\frac{F}{\varrho}$ in ξ^1 und η, h und $\frac{G}{\varrho}$ in ξ und η^1 zusammen eingehen.

§ 20. Bestimmung der $f, g, h, \frac{F}{\varrho}, \frac{G}{\varrho}, \frac{H}{\varrho}$, aus der Verbindung beider Systeme. Die Correction der Präcessionsconstante und die Constante der galactocentrischen Rotation.

Zur Bestimmung der gesuchten Unbekannten sind nun im Folgenden zwei verschiedene Wege eingeschlagen, die aber beide einem Einwurf ausgesetzt sind.

Zunächst wurde die Bestimmung von g und $\frac{F}{\varrho}$ aus den η und ξ^1, diejenige von h und $\frac{G}{\varrho}$ aus den ξ und η^1 vorgenommen, eine Bestimmung, die an dem Mangel leidet, dass Werthe aus den Rectascensions- und den Declinationsgleichungen mit einander combinirt erscheinen, was wegen der Verschiedenheit der beiderseitigen Grundlagen nicht einwandfreie Resultate ergibt; dergestalt fanden sich in Logarithmen

	f	g	h	$\frac{F}{\varrho}$	$\frac{G}{\varrho}$	$\frac{H}{\varrho}$
Klasse I	8.4468_n	8.7103_n	7.9336_n	9.1091	9.3104_n	9.1846
» II	8.2821_n	8.3423_n	8.4186	8.4721	9.0059_n	8.7823
» III	8.7449_n	8.5981_n	8.1779	8.4318	8.7682_n	8.4750
» IV	8.1588_n	8.2401_n	7.8336	7.9722	8.3176_n	8.0866

Diese Zahlen gestatten zunächst folgende Interpretation. Die f und g ergeben sich übereinstimmend negativ und deuten somit auf eine Verkleinerung der angewandten Präcessionsconstante hin, die Zahlenwerthe sind allerdings sehr verschieden, in den drei ersten Klassen beträchtlich grösser als in der vierten, und lassen beinahe einen Gang nach der Klasse merken, vor allem wenn man erwägt, dass die dritte Klasse die wenigst zuverlässige ist, da ihre E. B. die geringste Wahrscheinlichkeit besitzen und dieser Nachtheil nicht wie bei Klasse IV durch die grosse Zahl der Sterne ausgeglichen wird. Diese grösseren Zahlenwerthe für f und g finden ihre genügende Erklärung darin, dass bei der geringen Zahl der Sterne der drei ersten Klassen, sich die motus peculiares nicht aufgehoben haben, und somit noch in diese Werthe eingehen. Für h ergibt sich aus den drei letzten Klassen ein übereinstimmendes Vorzeichen, und wieder ist das der vierten Klasse das kleinste, was auf demselben Umstande wie eben beruht.

Was nun zunächst die Ableitung der Constanten der Präcession und der galactocentrischen Rotation betrifft, so wurde dafür nur die 4$^{\text{te}}$ Klasse benutzt, indem die f, g, h der andern Klassen als mit Gliedern verfälscht angesehen wurden, die vom motus peculiaris der Sterne herrühren.

Es ist

$$f = d\psi \cos\omega + dl \cos i$$
$$g = d\psi \sin\omega + dl \sin i \cos\Omega$$
$$h = \qquad\quad dl \sin i \sin\Omega.$$

Bestimmt man zunächst aus der dritten Gleichung dl und nach Einführung dieser Grösse in die beiden andern zwei Werthe von $d\psi$, so fällt die schlechte Uebereinstimmung der letzteren sehr auf. Es ist nämlich

$dl = -0''.0079$

aus der f-Gleichung: $d\psi = -0''.0118$ Gewicht 2614

» » g- » $d\psi = -0''.0399$ » 447

woraus im Mittel $d\psi = -0''.0159$ folgt.

Gibt man aber die Rotationshypothese auf und setzt $dl = 0$, so folgt für

$d\psi$ aus der f-Gleichung $= -0''.0157$ Gewicht $= 3585$

$d\psi$ » » g- » $= -0''.0437$ » $= 465$

woraus im Mittel $d\psi = -0''.0189$ folgt mit dem m. F. $\pm 0''.0084$.

Am richtigsten aber scheint es $d\psi$ und dl aus den 3 Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate zu bestimmen und so erhält man

$dl = -0''.0128$, mittl. Fehler $\pm 0''.0117$

$d\psi = -0''.0165$, » » $\pm 0''.0108$.

Letzterer Werth von $d\psi$ ist der definitive, da es berechtigt scheint bei seiner Bestimmung der mit in die Gleichungen eingeführten Grösse h, mag dieselbe nun der Ausdruck einer Rotation in der Ebene der Milchstrasse oder anderer eigenthümlicher Bewegungen dieser schwachbewegten Sterne sein, Rechnung zu tragen. Im zweiten Falle sind wir allerdings nicht befugt, die Verbindung zwischen den 3 Gleichungen mittels des Ω und i der Milchstrasse zu bewerkstelligen und eigentlich bleiben dann die Grössen $d\psi$ und dl unbekannt, wie denn auch schon Bolte in seiner Inauguraldissertation gezeigt hat, dass sich nur 3 einfache Functionen zwischen $d\psi$ und dl und den auf die Ekliptik bezogenen Ω^1 und i^1 der Milchstrasse ableiten lassen. Indess zeigt die nahe Uebereinstimmung des mit Vernachlässigung von dl gefundenen Werthes von $d\psi$ mit dem definitiv angenommenen, dass der letztere doch wohl einiges Zutrauen verdient.

Wie p. 9 angeführt, würde eine letzte Correction Δ, die an die Reduction der Fundamenta auf den F. C. noch anzubringen wäre, einen systematischen Unterschied des zweiten Bessel'schen Fundamentalcataloges von $+0.5\,\Delta$ gegen den F. C. erzeugen, und wenn man berücksichtigt, dass die Nullpunkte der systematischen Zonenfehler mittels der Pos. med. festgelegt sind und dass die mittlere Epoche der Berliner Zone noch 6.5 Jahre weiter liegt als das Aequinox des F. C., so wird genauer diese Reduction des Bessel'schen zweiten Aequinox auf F. C. $= +0.541\,\Delta$; dieselbe müsste nun die aus f und g resultirenden Werthe von $d\psi$ in Uebereinstimmung bringen. Da die Zwischenzeit zwischen der Berliner und den Königsberger Zonen sich auf 54.5 Jahre im Mittel beläuft, so wird $f - [7.9968]\,\Delta = d\psi \cos\omega + dl \cos i$ und setzt man hier die ersten Werthe von dl und $d\psi$ aus der g-Gleichung ein, so resultirt $\Delta = +2''.60$.

Bei Annullirung von dl aber ist $[7.9968]\,\Delta = f - g \operatorname{cotg}\omega$ und es findet sich ebenfalls $\Delta = +2''.60$. Selbstredend ist eine derartig grosse Verbesserung des Aequinoxes der Fundamenta ausgeschlossen, es reicht also die Annahme eines Fehlers in diesem Aequinox nicht aus, um den Unterschied der aus f und g resultirenden Werthe von $d\psi$ zu erklären. Nun gibt Auwers in seiner neuen Reduction der Bradley'schen Beobachtungen Vol. III p. 57 die definitive Correction des Bradley'schen Aequinoxes zu $+0''.59$, während er bei Ableitung des F. C. $+0''.84$ angewandt hat, danach ist also $\Delta = -0''.25$ und bringt man hiernach $\frac{+0''.25}{54.5} \cdot 0.541$ an f an, so wird $d\psi$ noch erfahren die Correction $+0''.0018$, womit $d\psi = -0''.0147$ würde.

§. 21. Zusammenstellung der früheren Werthe für die Präcessions- und Rotationsconstante.

Zur Vergleichung sollen jetzt die früheren Resultate für die Constante der Präcession angeführt werden. L. Struve hat schon eine Zusammenstellung derselben in seiner eigenen Arbeit darüber gegeben. Seitdem ist die Bestimmung des Apex aus den Sternen der Albany-Zone von Boss und die Inauguraldissertation von Hecker hinzugekommen; die Ableitung des Apex, die Stumpe nach den Schönfeld'schen Formeln aus allen bisher bekannten Eigenbewegungen gegeben hat, führt ihn zu keiner ausgesprochenen Correction der Präcessionsconstante, doch war zur Auffindung einer solchen sein Material auch nicht geeignet. Boss (Astron. Journal Nr. 213) erhält aus zwei Reihen bewegter Sterne, deren erste die mittlere Helligkeit 6.6, deren zweite aber eine solche von 8.6 hat, eine Correction von $m = -0''.0169$, was auf $d\psi = 0''.0184$ führen würde, findet aber aus über 4000 von ihm als unbewegt betrachteten Sternen nur $-0''.0045$ für dm, also $-0''.0049$ für $d\psi$, doch hält er selbst letztere Bestimmung deshalb für unsicher, weil er die Verbesserung von Bessel und Lalande wegen constanter Zonenfehler damals nicht vollkommen genügend vorgenommen zu haben glaubt.

Hecker, der im wesentlichen das gleiche Material wie L. Struve bearbeitet hat, liefert durch die von ihm vorgenommene Trennung desselben in zwei Klassen, von denen die eine bis $5^m.9$ geht, die andere aber die schwächeren Sterne umfasst, einen sehr werthvollen Beweis dafür, dass die Bestimmung der Präcessionsconstante nicht aus den stärker bewegten Sternen vorzunehmen ist. Er findet aus dem constanten Gliede der Rectascensionsdarstellung der 1^ten^ Klasse $d\psi$ zu —0″.02919, aus der zweiten zu —0″.01869. Da Hecker für beide Klassen in den von den höheren Vielfachen des Winkels abhängenden Gliedern seiner Darstellung Ausdrücke von motus peculiares der Sterne erblickt, so muss er consequenter Weise auch zugeben, dass die motus peculiares sich mit in die vom einfachen Winkel abhängigen Glieder und die Constante der Darstellung verstecken; er darf also eigentlich die angeführten Zahlen nicht einfach als Correction der Präcessionsconstante betrachten. Will man ihm aber aus den p. 33 angeführten Gründen nur für die 1^te^ Klasse die Realität dieser Glieder zugeben, sodass also für die 2^te^ Klasse die motus peculiares sich thatsächlich aufheben, so darf die Constante ihrer Darstellung als Correction von m angesehen werden und sie gibt dann $d\psi = -0''.01869$. Dass diese Auffassung berechtigt sei, lehrt auch ein Blick auf die p. 26 der Hecker'schen Arbeit, wo die 7 Werthe, aus denen die obigen beiden Zahlen die Mittel sind, gesondert aufgeführt werden. Man sieht daraus, dass die mittleren Fehler beider Zahlen viel zu klein sind, als dass aus ihnen der beträchtliche Unterschied derselben erklärt werden könnte. Hier muss vielmehr noch eine fremde Ursache mitgewirkt haben und diese besteht darin, wie eben Hecker's Darstellungen auch zeigen, dass sich die motus peculiares bei den stärker bewegten Sternen nicht aufheben, wohl aber grösstentheils bei den schwächeren. Da Hecker und L. Struve nahezu die gleichen Sterne bearbeitet haben, so ist eine sehr grosse Uebereinstimmung ihrer Resultate zu erwarten und diese wird für das constante Glied ihrer Rectascensionsdarstellung auch erreicht, wenn man nur Hecker's erste Abtheilung mit L. Struve in Beziehung setzt, da diese beiden Darstellungen als von motus peculiares beeinflusst betrachtet werden, nicht aber die von Hecker's zweiter Abtheilung. Für jene hat Hecker —0″.02919, Struve —0″.02847, beide Zahlen bereits auf $d\psi$ reducirt. Struve's Werth ist desshalb der kleinere, weil die mitgenommenen schwächeren Sterne, bei denen sich die motus peculiares nicht so stark aussprechen, ihn herabdrücken, doch ist die Mitnahme von mehr Gliedern durch Hecker naturgemäss nicht ohne Einwirkung auf das constante Glied, das man sonst vielleicht bei Struve noch mehr gegenüber dem Hecker'schen verkleinert erwarten dürfte. Es scheint somit, dass für die stärker bewegten Sterne der Nordhalbkugel die motus peculiares eine gemeinsame negative Constante in die Bewegungen in A. R. einführen, wie denn auch unsere Darstellungen für die 3 ersten Klassen ein grösseres negatives f ergeben als die 4^te^ Klasse.

Nunmehr können wir die von L. Struve p. 21 seiner Arbeit gegebene Tafel der von verschiedenen Rechnern gefundenen Werthe der Lunisolarpräcession für 1800 erweitern zu der folgenden:

Bessel aus Vergleichung von Bradley und Piazzi (2400 Sterne)	50″.3635
O. Struve, 400 Sterne, meist Doppelsterne und hellere, aus Vergleichung der Dorpater Beobachtungen mit Bradley	50″.3798
Nyrén aus 5300 Rectascensionsunterschieden von Schjellerup und Bessel zwischen +15° und —15°	50″.3269
Dreyer, corrigirt von Schönfeld (V.-J. XVII, p. 249) aus 3300 Rectascensionen von Lalande und Schjellerup	50″.3820
Bolte aus den Declinationen derselben Sterne	
Rechnung I: Ausschluss der zweifelhaften Sterne	50″.3584
» II: Mitnahme » » »	50″.3570
» III: Ausschluss der Sterne mit E. B. $>$ 0″.2	50″.3621
L. Struve: 2509 meist hellere Sterne durch Vergleichung der Pulkowaer Beob. mit Bradley	50″.3514
Hecker: 1494 Sterne derselben Cataloge, schwächer als $6^m.0$ und nur A. R.	50″.3611
Boss aus 279 E. B. der Albany-Zone für Sterne der mittleren Helligkeit $7^m.6$	50″.3629
Berliner Zone, verglichen mit Bessel, aus 4565 Sternen unmerklicher E. B. { wenn F.C.-Bradley = +0″.84	50″.3633
» F.C.-Bradley = +0″.59	50″.3651

Das von O. und L. Struve verwandte Material ist trotz seiner sonstigen Vorzüge nicht das geeignetste zur genauen Bestimmung der Constante der Präcession, wegen der starken mitgenommenen E. B.; von Bolte's Zahlen ist aus demselben Grunde der 3^te^ der beste. Sieht man nun von Nyrén's[1]) und Dreyer's Werthen ab, die der Eigenbewegung des Sonnensystems keine Rechnung getragen haben, so kommen die übrigen Angaben in befriedigender Weise mit einander überein. Doch ist es unstatthaft, dieselben zu einem Mittel zu vereinigen, da, wenn auch bei allen die mittleren Fehler bekannt wären, doch die Wege, auf denen die einzelnen

[1]) Nyrén erhebt selbst Zweifel gegen seinen Werth, und die Zwischenzeit der Cataloge beträgt nur 32 Jahre.

Zahlen erhalten sind, nicht ganz übereinstimmen, da einige die galactocentrische Rotation berücksichtigt haben, andere wieder nicht. Wenn nun aber auch die neueren Werthe eine etwas andere Präcessionsconstante im Mittel andeuteten als die Bessel'sche, so wird doch dieser geringe Betrag nicht verbürgt werden können und somit sind alle vielmehr als eine Bestätigung der von Bessel gefundenen Constante aufzufassen und es scheint daher ein Zurückgreifen von der jetzt in Anwendung gelangten O. Struve'schen auf die früher gebräuchliche von Bessel sich immer mehr als eine Nothwendigkeit herauszustellen.

Von der Grösse der durch die Veränderung der Präcessionsconstante bewirkten Aenderung der Sternpositionen gewinnt man z. B. eine Vorstellung, wenn man erwägt, dass die Rectascensionen der Berliner Zone, die aus Beobachtungen um 1881.5 herum auf 1875.0 reducirt sind, nunmehr schon Correctionen verlangen, die zwischen $+0^s.0054$ und $+0^s.0076$ schwanken, also schon das Hundertel der Zeitsecunde des Catalogortes afficiren. In Declination halten sich die Correctionsgrössen innerhalb $\pm 0''.04$.

Ueber frühere Bestimmungen der galactocentrischen Rotationsconstante dl ist wenig zu sagen. Es sind dafür gefunden

von Bolte	$-0''.00496$	(III sicherste Rechnung)	
» L. Struve	-0.00413	± 0.00424	
hier	-0.0079		aus h allein
	-0.0128	$\pm 0''.0117$	» f, g, h nach der M. d. kl. Qu.

Diese Werthe sind so klein und stimmen so wenig mit den von Rancken (A. N. Nr. 2482) gefundenen ($+0''.05645$ aus den A. R., $+0''.02385$ aus den Decl.), dass die Frage der Existenz einer solchen Rotation in der Ebene der Milchstrasse noch als völlig unentschieden bezeichnet werden muss.

§ 22. Die Werthe des Apex nach drei verschiedenen Rechnungsarten.

Aus den p. 86 angeführten, aus den A. R. und Decl. gemeinsam erhaltenen Werthen von $\frac{F}{\varrho}, \frac{G}{\varrho}, \frac{H}{\varrho}$ ergeben sich nun, wenn man von der Rotationsconstante absieht, d. h. $u, v, w = 0$ setzt, als Coordinaten des Apex

	A oder σ	D oder τ	$\log \frac{c}{\varrho}$
Klasse I	$302^\circ.2$	$+32^\circ.4$	9.4561
» II	286.3	+29.8	9.0854
» III	294.7	+24.8	8.8520
» IV	294.3	+28.2	8.4126

Dieser Bestimmung kann der Mangel vorgeworfen werden, dass sie aus dem inhomogenen Material der A. R. und Decl. Normalgleichungen die Unbekannten ermittelt.

Ein zweiter Weg wurde nun eingeschlagen, der diese Normalgleichungen getrennt zur Bestimmung von $\frac{F}{\varrho}$ und $\frac{G}{\varrho}$ beitragen lässt, indem die Grössen g und h als bekannt vorausgesetzt wurden und zwar so, wie sie die aus Klasse IV ermittelten definitiven $d\psi$ und dl herzustellen erlauben:

$$\log g = 7.9530_n \quad \log h = 8.0447$$

Damit finden sich nun folgende Werthe:

		$\log \frac{F}{\varrho}$	log Gew.	$\log \frac{G}{\varrho}$	log Gew.	$\log \frac{H}{\varrho}$
Klasse I	A. R.	9.0506	1.5402	9.3261_n	1.7861	
	Decl.	8.2528	1.2756	9.4078_n	1.0656	9.1846
	Mittel	8.8981		9.3403_n		
Klasse II	A. R.	8.3922	2.0358	8.9803_n	2.1331	
	Decl.	7.6392_n	1.6509	8.7911_n	1.5406	8.7823
	Mittel	8.2095		8.9480_n		
Klasse III	A. R.	8.1845	1.9461	8.7567_n	2.0265	
	Decl.	8.6960_n	1.5433	8.6834_n	1.4707	8.4750
	Mittel	7.4135_n		8.7419_n		
Klasse IV	A. R	7.7898	3.4206	8.3504_n	3.3303	
	Decl.	8.0999_n	2.7759	8.5042_n	2.5759	8.0866
	Mittel	7.4312		8.3772_n		

Und damit gewinnen wir als Coordinaten des Apex:

	A oder σ	D oder τ	$\log \frac{c}{\varrho}$
Klasse I	289°.9	+33°.3	9.4450
» II	280°.3	+33°.9	9.0360
» III	267°.3	+28°.4	8.7881
» IV	276°.5	+27°.0	8.4301

wobei aber $\frac{F}{\varrho}$, $\frac{G}{\varrho}$, $\frac{H}{\varrho}$ einfach als Functionen der Componenten der Sonnenbewegung aufgefasst sind, ohne Berücksichtigung der in sie eingehenden mit dl multiplicirten Ausdrücke u, v, w die oben p. 73 numerisch ausgewerthet sind. Eine Einführung dieser Ausdrücke ist nur möglich für die F, G, H der 4ten Klasse, weil nur deren ϱ in einfache Beziehung gesetzt werden kann zu dem R dieser Functionen. Es ist ϱ für die 4te Klasse gegeben durch $\log \varrho = 1.3847$ in Einheiten der Entfernung der Sterne 1.0 B. D., worin auch R ausgedrückt ist, damit werden

$\log F = 8.8159$	$\log G = 9.7619_n$	$\log H = 9.4713$	und davon ab
$\log (u\,dl) = 8.2374$	$\log (-v\,dl) = 8.8909$	$\log (-w\,dl) = 8.8070$	
$\log F^1 = 8.6827$	$\log G^1 = 9.8168_n$	$\log H^1 = 9.3653$	

woraus $A = 274°.2$ $D = +19°.5$ $\log c^1 = 9.8434$

während ohne die Function $w\,dl$, $\log c = 9.8148$.

Der Einfluss der Rotationsconstante, wie sie hier angenommen ist, äussert sich also dahin, den wahren Apex in R. A. um +2°.3, in Decl. um +7°.5 zu verschieben und den Logarithmen der jährlichen geradlinigen Sonnenfortrückung um 0.0286 zu vermindern. Dies ist der Einfluss auf die 4te Klasse und analog wird er auch auf die andern Klassen sein, für die er nicht direct numerisch bestimmbar ist, weil deren Entfernung nicht in Einheiten der Entfernung der Sterne 1m.0 B. D. ausgewerthet werden kann. Im Ganzen also erscheint diese Wirkung gering und wenn die Hypothese, die hier über das Rotationscentrum gemacht ist nur einigermassen der Wahrheit nahe kommt, so wird die Befürchtung Schönfeld's, dass unsere Kenntniss vom Orte des Apex noch ganz illusorisch sein möchte, nicht gerechtfertigt.

Es muss übrigens bemerkt werden, dass die Sonne, wenn alle hier gemachten Voraussetzungen zugegeben werden, an der galactocentrischen Rotation zwar insofern theilnimmt, als der Zielpunkt ihrer Bewegung noch in die Milchstrasse fällt, also sie sich parallel zu deren Ebene bewegt. Da aber dieser Zielpunkt in 274°.2 +19°.5 von der angenommenen Richtung nach dem Schwerpunkt 305°, +40° nur 33°.4 abweicht, so müsste die Bahn der Sonne um diesen Schwerpunkt eine stark excentrische sein und die Sonne würde somit die beiden andern Bedingungen der Schönfeld'schen Hypothese $dr = 0$, $dl = \text{const.}$ nicht erfüllen.

Ferner wurden noch die Werthe $\frac{G}{\varrho}$ berechnet für die Annahme $dl = 0$. In diesem Falle sind dieselben direct aus den ξ und η^1 bestimmbar, die $\frac{F}{\varrho}$ aber müssen unter der obigen Annahme von g aus den ξ^1 und η abgeleitet werden wie oben, ändern sich also nicht. So fand sich

	Klasse I	Klasse II	Klasse III	Klasse IV
$\log \frac{G}{\varrho}$ aus den A. R.	9.3173_n (1.7870);	8.9606_n (2.1351);	8.7232_n (2.0280);	8.2593_n (3.3625)
$\log \frac{G}{\varrho}$ » » Decl.	9.3556_n (1.0735);	8.5166_n (1.5647);	8.2849_n (1.4911);	7.4721_n (2.9604)
$\log \frac{G}{\varrho}$ im Mittel	9.3237_n	8.8973_n	8.6562_n	8.1361_n

wo die in Klammern gesetzten Zahlen die Logarithmen der relativen Gewichte der beiden Werthe für $\frac{G}{\varrho}$ bedeuten. Nimmt man hierzu die vorigen $\frac{F}{\varrho}$, $\frac{H}{\varrho}$, so findet sich für den Apex

	A oder σ	D oder τ	$\log \frac{c}{\varrho}$
Klasse I	290°.6	+34°.4	9.4322
» II	281°.6	+36°.9	9.0036
» III	266°.7	+33°.3	8.7350
» IV	281°.2	+41°.2	8.2679

Die beiden letzteren Bestimmungen des Apex unterliegen dem Nachtheile, dass in die ξ, ξ^1, η, η^1 Werthe von g und h eingeführt werden, die aus einer andern Klasse bestimmt sind und somit ein fremdes Element

hineinbringen. Wir sehen die für die drei ersten Klassen verhältnissmässig grossen Werthe von g und h als mit verursacht von motus peculiares der Sterne an, die sich in diese analytische Form kleiden und somit die $\frac{F}{\varrho}$, $\frac{G}{\varrho}$, $\frac{H}{\varrho}$, weniger verfälschen. Durch Entlehnung der Werthe von g und h aus einer andern Klasse, wo sich der Einfluss der motus peculiares nur unbeträchtlich äussern kann, wird dieser Vortheil grossentheils wieder aufgegeben, denn nun bedeuten g und h nur Functionen einerseits der Präcessionscorrection, andrerseits der Rotationsconstante, die natürlich von den ξ, ξ^1, η, η^1 in Abzug gebracht werden müssen.

Da sich aber von den beiden Nachtheilen, von denen der eine der Auflösung des vorigen, der andere der Auflösung dieses Paragraphen anhaftet, nicht beide gleichzeitig umgehen lassen, so wird das Gewicht der hier ausgeführten Apexbestimmung immer ein geringes sein andern gegenüber, die auf Sternen sehr verschiedener Declination beruhen.

Will man jedoch aus den verschiedenen hier gefundenen Apexcoordinaten einen Mittelwerth angeben, so wird man wohl die 2te Klasse und die 4te Klasse am meisten mitsprechen lassen müssen, da die 1te Klasse nur wenige Sterne mit den stärksten E. B. enthält, von denen es also wenig wahrscheinlich ist, dass sich die motus peculiares vernichten, auf die E. B der 3ten Klasse aber die zufälligen Fehler noch starken Einfluss ausüben. Die 2te Klasse ist die an Sternen reichste unter den Klassen der stärker bewegten Sterne und die 4te Klasse, bei der ja die zufälligen Fehler im Einzelnen die E. B. an Grösse überbieten, ist wieder so reich an Sternen, dass dieselben jeden schädlichen Einfluss verlieren. Dann wird wohl das Ergebniss dieser Arbeit gesetzt werden dürfen, wenn h in die Gleichungen eingeführt ist

$$A = 284^\circ \qquad D = +30^\circ$$

wenn aber h vernachlässigt wird $\quad A = 281^\circ \qquad D = +39^\circ$

Und für den Fall, dass die Hypothesen über den Ort des Schwerpunkts eingeführt werden aus der 4ten Klasse, die dann allein eine Bestimmung erlaubt $\quad A = 274^\circ.2 \qquad D = +19^\circ.5$.

§ 23. Besprechung der Apexbestimmungen überhaupt.

Ueber die früheren Apexbestimmungen hat gleichfalls L. Struve in seiner Arbeit p. 24 referirt. Nachträglich sind noch hinzugekommen die Bearbeitungen von Stumpe, Hecker und Boss. Stumpe vernachlässigt schliesslich h, weil er keinerlei Andeutung einer galactocentrischen Rotation gefunden, und erhält dann in vier der Grösse der E. B. nach geordneten Gruppen folgende Werthe des Apex:

	σ	τ	$\frac{c}{\varrho}$	Anzahlen
I	287°.4	+42°.0	0″.140	551
II	279°.7	+40°.5	0″.295	340
III	287°.9	+32°.1	0″.608	105
IV	285°.2	+30°.4	2″.057	58

hierbei enthält die erste Gruppe die schwächsten, die vierte die stärksten E. B. Bildet man mit Berücksichtigung der Anzahlen der Sterne jeder Gruppe hier ein Mittel, so wird man etwa

$$285^\circ \quad +39^\circ$$

als Apex erhalten, freilich hat Stumpe, wie schon Hecker bemerkt, für die Rectascensionsgleichungen den Reductionsfactor $\cos\delta$ nicht angewandt.

Hecker gibt zwei Werthe, die aber nur auf graphischem Wege erlangt sind. Es ist schon weiter oben gezeigt worden, dass der erste derselben den Namen Apex nicht beanspruchen kann. Läugnet man für die zweite Abtheilung der lichtschwächeren Sterne die Realität der höheren Glieder, so dürfte der aus ihnen resultirende Ort als Apex gelten, wenn nicht ein gewisses Maass von Willkür, die bei der graphischen Bestimmung des Schnittpunkts einer nur durch einzelne Punkte gegebenen Curve auf der Abscissenaxe sich gar nicht vermeiden lässt, das Zutrauen zu diesem Werthe herabminderte. Hecker fand übrigens

Abtheilung I $\quad 272^\circ.5 \quad +13^\circ.8$

Abtheilung II $\quad 267^\circ.8 \quad +\ 4^\circ.7$

doch gibt er selbst an, dass die Declinationscurven sehr unbefriedigend verlaufen.

Boss (a. a. O.) erhält aus Formeln, die, da seine Sterne im Aequator stehen, F und g, G und h gleich getrennt enthalten, ohne Rücksicht auf g und h aus 279 E. B. unter 1″

$$A = 283^\circ.3 \quad D = +44^\circ.1$$

und nach Ausschluss aller E. B. über 0″.4 aus 253 übrigbleibenden Sternen

$$A = 288^\circ.7, \quad D = +51^\circ.5$$

und gibt als Mittel für teleskopische Sterne mit entschiedener E. B.

$$A = 287° \quad D = +47°.$$

Bischof hat seinen nach der Airy'schen Methode abgeleiteten Werth $A = 290°8$ $D = +43°5$ gewonnen, ohne den Fehler der Constanten der Präcession und etwa die Constante der galactocentrischen Rotation einzuführen. Der Einfluss, den die Mitnahme dieser Unbekannten ausgeübt hätte. lässt sich nicht leicht übersehen, weil ein constantes Glied in den Normalgleichungen für A. R. doch wahrscheinlich die Coefficienten von sin α und cos α anders hätte erscheinen lassen. Will man aber davon absehen und nur überschlagen, welche Werthe für die Coordinaten des Apex resultiren, wenn man von den $\frac{dX}{\varrho}$ und $\frac{dY}{\varrho}$ der Bischof'schen Darstellung die von g und h abhängenden Theile subtrahirt, so findet sich der Einfluss dieser Vernachlässigung sehr gering. Nimmt man im Mittel für seine Sterne $\delta = 30°$, so ist von dem $\frac{dX}{\varrho}$ der Rectascensionsgleichung $^1/_2 g$, von dem der Declinationsgleichung $2g$, von den $\frac{dY}{\varrho}$ ganz entsprechend $^1/_2 h$ und $2h$ abzuziehen. Legt man als Rechnungsbeispiel nun einmal die hier erhaltenen Werthe:

$$g = -0''.00897 \qquad h = 0''.01108$$

zu Grunde, so findet sich $A = 290°5$ $D = 42.8$ $\frac{c}{\varrho} = 0''.3410$ (statt 0.3367)

also kaum eine Aenderung gegen früher. Das rührt daher, dass $\frac{dX}{\varrho}$ positiv, g negativ, $\frac{dY}{\varrho}$ negativ, h positiv ist, die absoluten Grössen von $\frac{dX}{\varrho}$ und $\frac{dY}{\varrho}$ also im selben Sinne und um geringe Beträge im Vergleich zu ihrer Grösse geändert werden, da sie aus meist stark bewegten Sternen gefunden sind.

Denkt man sich die erwähnten neueren Apexbestimmungen unten an die Tabelle, die L. Struve p. 24 seiner Untersuchung gegeben hat, angeschrieben, oben über dieselbe aber noch den mit Herschel's Werthe nahezu gleichzeitigen von Prévost $A = 230°$, $D = +25°$, so fällt es auf, dass für die Rectascension des Apex die allerneuesten Bestimmungen übereinstimmend so sehr viel grössere Werthe ergeben als die früheren. Dieselben verdienen aber jedenfalls den Vorzug vor den älteren, weil sie auf meist schwächer bewegten Sternen beruhen und mehr Sterne berücksichtigen. Aus beiden Gründen werden also die $\frac{\Sigma X}{n}$, $\frac{\Sigma Y}{n}$, $\frac{\Sigma Z}{n}$, welche als Mittel aus den motus peculiares der Sterne in den obigen Gleichungen neben den Grössen $c \cos\tau \cos\sigma$, $c \cos\tau \sin\sigma$, $c \sin\tau$ stehen, eher verschwinden. Da dies um so mehr der Fall ist, je schwächer und also je zahlreicher die Sterne sind, so darf man behaupten, »dass am besten, ebenso wie die Bestimmung der Präcessionsconstante, auch die Ermittelung der Sonnenbewegung vorgenommen wird aus schwächeren Sternen mit im einzelnen nicht nachweisbarer E. B., falls nur die Sterne zahlreich genug und die systematischen Fehler ihrer Positionen beseitigt sind«.

Die hier gefundene Declination des Apex bleibt nur in Widerspruch mit der Kobold's, der den Apex fast in den Aequator setzt und dieser Widerspruch bleibt auch bestehen, da ja der von Kobold den Bearbeitungen der helleren starkbewegten Sterne gemachte Vorwurf, dass in ihnen Sternsysteme mit gemeinschaftlicher E. B. getrennt behandelt seien, vielleicht für einzelne Sternpaare der drei ersten unserer vier Klassen aber nicht mehr für die 4te zutreffen kann, oder aber in allen Richtungen in dieser Klasse gleichmässig zutreffen muss, also nicht verfälschend wirkt.

§ 24. Die translatorische Geschwindigkeit des Sonnensystems.

Was endlich die anguläre Fortrückungsgeschwindigkeit der Sonne betrifft, so kann dieselbe nur aus den Sternen der 4ten Klasse direct erhalten werden, deren Entfernung ja einfach nach ihrer mittleren Helligkeit aus unserer Entfernungstafel entnommen werden kann.

Es ist die mittlere Helligkeit $= 8^m.56$, wozu $\log \varrho$ 1.3847 gehört und damit wird c, gesehen aus der mittleren Entfernung der Sterne 1.0 B. D.

nach dem ersten Rechnungsmodus		0″.626
» » zweiten »	h eingeführt	0″.653
	h vernachlässigt	0″.449

Im Mittel aus den beiden ersten Werthen, die beide h berücksichtigen wird $c = 0''.640$ erhalten. Der 3te Werth weicht also ebenso stark von dem Mittel der ersten ab, wie schon der nach der 3ten Methode gefundene Apex von dem Mittel der beiden ersten. Auf die mittlere Entfernung der Sterne 6.0 B. D. als Einheit reducirt, wird der Mittelwerth

$c^1 = 0''.0767$ der kleinere $c^1 = 0''.0539$

beide Werthe kommen mit den von O. Struve $= 0''.0431$

Dunkin $= 0''.0522$

L. Struve $= 0''.0436$

nahe genug überein. Dagegen finden sich unter den andern von L. Struve p. 26 seiner Arbeit angeführten einige stark abweichende: z. B. Bischof $= 0''.4948$

Neuerdings Boss $= 0''.161$ (nach Ausschluss der stärkeren E. B.)

$= 0''.199$ (unter Mitnahme der stärkeren E. B.)

Aber diese ungeheuren Werthe von c^1 erklären sich sehr einfach daraus, dass die Sterne (bei Bischof im Mittel $7^m.5$ bei Boss $7^m.7$ und $7^m.6$) denen diese E. B. angehören in Wahrheit uns viel näher sind als die übrigen derselben schwachen Grössenklasse und dass daher die Anwendung des für die übrigen geltenden ϱ, also eines viel zu grossen, auch c^1 zu gross erscheinen lässt.

Ein allgemeines Mittel der fünf obigen Werthe für c^1 würde nahe an $0''.0539$, also den kleineren der hier gefundenen heranfallen. Legt man diesen und die mittlere Parallaxe der Sterne erster Grösse $= 0''.083$ nach Gyldén zu Grunde, so ist die jährliche Fortrückung der Sonne

$$= \frac{0''.449}{0''.083} = 5.41$$ Erdbahnradien oder gleich $0.809 \cdot 10^9$ Kilometern.

Damit wird die Geschwindigkeit der Sonne in der Secunde in der Richtung nach dem Apex 25.6 Kilometer.

Für dieselbe Grösse findet man, wenn man aus den vier Näherungswerthen Homanns, das einfache Mittel nimmt 28.8 Kilometer auf spectroskopischem Wege.

Die Werthe $\frac{c}{\varrho}$ der ersten drei Klassen können zur Kenntniss von c nichts beitragen, da wir ja über das ϱ derselben keine begründete Annahme machen können, denn aus der Helligkeit dieser Sterne darf kein Schluss auf dasselbe gezogen werden. Die $\frac{c}{\varrho}$ zeigen aber wiederum das auch von Stumpe in seinen Zahlen dafür aufgefundene Gesetz, dass die Entfernung der bewegten Sterne im Durchschnitt der Grösse der Bewegung etwa umgekehrt proportional ist.

§ 25. Beziehung zwischen der Sonnenbewegung und den motus peculiares der Fixsterne.[1])

Bezeichnet, wie bisher, c die lineare Bewegung der Sonne in der Richtung nach dem Apex, ϱ die Entfernung eines Fixsternes, so wird diesem eine scheinbare Bewegung $\frac{c}{\varrho}$ nach dem Antiapex ertheilt, von welcher für uns nur die auf dem Visionsradius senkrechte Componente in dem durch Stern und Apex gelegten grössten Kreise $\frac{c}{\varrho} \sin \varepsilon$ in die Erscheinung tritt. Dabei sei ε der sphärische Abstand des Sternes vom Apex. Der motus peculiaris des Sternes senkrecht auf dem Visionsradius sei v, der von uns aus als Winkelbewegung $\frac{v}{\varrho}$ erblickt wird. Somit erhalten wir die scheinbare Bewegung des Sterns s aus der Formel

$$s^2 = \left(\frac{v}{\varrho}\right)^2 + \left(\frac{c}{\varrho} \sin \varepsilon\right)^2 + 2 \frac{v}{\varrho} \frac{c}{\varrho} \sin \varepsilon \cos i,$$

wenn i den Winkel bezeichnet, unter dem sich auf der Sphäre parallactische Bewegung und motus peculiaris schneiden. Bilden wir nun das Mittel für alle Sterne einer bestimmten Entfernungsklasse ϱ, so ist zunächst im Mittel

$$\frac{\Sigma s^2}{n} = \frac{\Sigma v^2}{n \varrho^2} + \left(\frac{c}{\varrho}\right)^2 \frac{\Sigma \sin^2 \varepsilon}{n} + \frac{2}{n \varrho} \frac{c}{\varrho} \Sigma v \sin \varepsilon \cos i,$$

der letzte Ausdruck

$$A = \frac{2}{n \varrho} \frac{c}{\varrho} \Sigma v \sin \varepsilon \cos i$$

darf unbedenklich vernachlässigt werden, denn da ebensoviel spitze als stumpfe Winkel i vorkommen werden, so wird er verschwinden und selbst dann nahezu verschwinden, wenn, wie wir doch wohl annehmen müssen, die v ihrer Grösse und Richtung nach eine Function ihres Ortes im Raume sind, denn ein etwa vorhandenes Gesetz ist, wie die Positionswinkel der E. B. lehren, jedenfalls für die i so complizirt, dass dicht neben einem

[1]) Es sei dabei auf folgende Versehen in einer ähnlichen Untersuchung der Hecker'schen Arbeit hingewiesen. Hecker hat in den beiden Ausdrücken auf p. 4 seiner Arbeit aus Versehen den Nenner fortgelassen und bei der Ausführung des Integrales I statt $1 - 2 \cos \alpha$, vielmehr $1 + 2 \cos \alpha$ geschrieben, auch im Endresultat die Zahl 2 zu viel. Im zweiten Integral ist eine unerlaubte Grenzvertauschung vorgenommen, dasselbe ist natürlich 0. Auf diese Weise erklärt es sich, wie laut seinem Endresultat die Projection einer Strecke auf eine unter dem Winkel α resp. $90 - \alpha$ dagegen geneigte Linie das eine Mal etwa das zwanzigfache, das andere Mal das zwölffache der Strecke selbst sein soll.

gewissen Winkel i ein ganz verschiedener auftreten kann. Setzen wir nun statt $\frac{\Sigma s^2}{n}$ und statt $\frac{\Sigma v^2}{n}$ der einfacheren Schreibweise wegen wieder s^2 und v^2, so wird

$$s^2 = \frac{v^2}{\varrho^2} + \frac{c^2}{\varrho^2}\frac{\Sigma \sin^2 \varepsilon}{n}$$

und es wird das Gesetz, das Stumpe als genähert richtig gefunden hat, dass nämlich die Grösse der mittleren Eigenbewegungen einer gewissen Entfernungsklasse der Entfernung umgekehrt proportional sei, dann vollkommen richtig sein, wenn v also der mittlere motus peculiaris im Mittel für alle Entfernungen gleich ist, denn dann wird

$$\frac{s^2\varrho^2}{c^2} = \frac{v^2}{c^2} + \frac{\Sigma \sin^2 \varepsilon}{n} = B^2$$

und B ist constant, da für den einer Arbeit zu Grunde gelegten Complex von Eigenbewegungen, die nach der Grösse der E. B. dann in Klassen getheilt wurden, die $\frac{\Sigma \sin^2 \varepsilon}{n}$ für die einzelnen Klassen nicht wesentlich verschieden sein können. Zur Bildung der Grösse $B = \frac{s\varrho}{c}$ stehen uns die 4 Klassen Stumpe's und die 3 der vorliegenden Arbeit zu Gebote[1]). Und zwar ist

Stumpe				Berliner Zone			
Klasse	s	$\frac{c}{\varrho}$	B	Klasse	s	$\frac{c}{\varrho}$	B
I	0″23	0″140	1.64	III	0″128	0″061	2.09
II	0.43	0.295	1.46	II	0.197	0.109	1.81
III	0.85	0.608	1.40	I	0.374	0.279	1.34
IV	2.39	2.057	1.16				

Es sind somit die B nicht constant, sondern zeigen einen recht deutlich ausgesprochenen Gang nach den ϱ; würde man alle 7 Klassen zusammenordnen nach abnehmenden ϱ, so käme zuerst Klasse III und II unserer Arbeit, dann Klasse I von Stumpe, hierauf Klasse I der Berliner Zone, endlich die drei letzten Klassen Stumpe's. Der Gang in den B innerhalb beider Kategorien von Klassen ist daher ein völlig regelmässiger. Wenn man beide Klassen confundirt, ist er es nicht mehr völlig, braucht es aber auch nicht mehr zu sein, da ja die Grössen $\frac{\Sigma \sin^2 \varepsilon}{n}$ für beide Kategorien verschieden sein können. Dieselben können zahlenmässig ausgewerthet werden, wenigstens annähernd, wenn man voraussetzt, dass Stumpe's Sterne willkürlich und nahezu gleichmässig über den ganzen Himmel vertheilt sind, während die der Berliner Zone nahezu gleichmässig auf ihrem Parallelkreise vertheilt liegen. Namentlich die erstere Voraussetzung wird nicht ganz richtig sein, da Stumpe nur verhältnissmässig wenig Sterne des südlichen Himmels mitnehmen konnte. Macht man aber diese Voraussetzung, so kann gesetzt werden für Stumpe's Klassen

$$\frac{\Sigma \sin^2 \varepsilon}{n} = \frac{\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \sin^3 \varepsilon \, d\varepsilon \, d\lambda}{\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \sin \varepsilon \, d\varepsilon \, d\lambda} = \frac{\int_0^{\pi} \sin^3 \varepsilon \, d\varepsilon}{\int_0^{\pi} \sin \varepsilon \, d\varepsilon} = \frac{1}{2}\int_0^{\pi}\left(\frac{3}{4}\sin\varepsilon - \frac{1}{4}\sin 3\varepsilon\right) d\varepsilon = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

hier bedeutet λ den Positionswinkel am Apex. Für die Berliner Zone aber wird

$$\sin^2 \varepsilon = 1 - \cos^2 \varepsilon = 1 - \{\sin\tau \sin\delta + \cos\tau \cos\delta \cos(\alpha - \sigma)\}^2$$

hier sind σ und τ die Coordinaten des Apex, α und δ die eines Punktes des Parallelkreises, womit

$$\frac{\Sigma \sin^2 \varepsilon}{n} = \frac{\Sigma\,(1 - \{\sin\tau \sin\delta + \cos\tau \cos\delta \cos(\alpha - \sigma)\}^2)}{n}$$

$$= 1 - \sin^2\tau \sin^2\delta - \frac{1}{2}\cos^2\tau \cos^2\delta - \frac{\sin\tau \sin\delta \cos\tau \cos\delta}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos(\alpha - \sigma)\, d\alpha - \frac{\cos^2\tau \cos^2\delta}{4\pi}\int_0^{2\pi} \cos 2(\alpha - \sigma)\, d\alpha$$

$$\frac{\Sigma \sin^2 \varepsilon}{n} = 1 - \sin^2\tau \sin^2\delta - \frac{1}{2}\cos^2\tau \cos^2\delta$$

Setzt man $\delta = 22^{\circ}1/_2$, $\tau = 30^{\circ}$ so wird $\frac{\Sigma \sin^2 \varepsilon}{n} = 0.643$

[1]) Es ist zu bemerken, dass bei Stumpe die I. Klasse die schwächsten, die IV. die stärksten E. B. enthält, während hier die Numerirung gerade umgekehrt geht.

Jetzt gewinnen wir die Möglichkeit auf die Grösse von v selbst Schlüsse zu ziehen, indem wir berechnen $\frac{v^2}{c^2} = B^2 - \frac{\Sigma \sin^2 \varepsilon}{n}$. Wir finden

Klasse	B^2	$\frac{v^2}{c^2}$	$\frac{v}{c}$	$\frac{v}{c}\sqrt{3}$	$\frac{v}{\varrho}$
III_b	4.37	3.73	1.93	3.34	0.″118
II_b	3.28	2.64	1.62	2.81	0.″177
I_s	2.69	2.02	1.42	2.46	0.″199
I_b	1.80	1.26	1.12	1.94	0.″312
II_s	2.13	1.46	1.21	2.10	0.″357
III_s	1.96	1.29	1.14	1.97	0.″693
IV_s	1.35	0.68	0.83	1.44	1.″669

Die gefundenen $\frac{v}{c}$ zeigen einen fast regelmässigen Gang, indem der Quotient mit abnehmendem ϱ gleichfalls abnimmt. Wir gewinnen also aus dem Stumpe'schen und dem hier vorliegenden Zahlenmaterial folgende Gesetze:

1. Das erste von Stumpe ausgesprochene Gesetz ist vollauf bestätigt: dass nämlich bei bewegten Sternen die Grösse der Eigenbewegung ein sichereres Kriterium der Entfernung ist als die Helligkeit.

2. Das zweite Stumpe'sche Gesetz: dass die mittlere Grösse der E. B. einer bestimmten Entfernungsklasse nahezu der Entfernung umgekehrt proportional sei, ist zu ersetzen durch das genauere: »Das Product aus mittlerer E. B. und Entfernung einer Sternklasse nimmt mit der Entfernung von der Sonne stetig zu.

3. Die linearen motus peculiares nehmen im Mittel mit der Entfernung von der Sonne stetig zu.

Das folgt aus dem Gange der $\frac{v}{c}$ und damit ist gleichzeitig erwiesen, dass die Grösse der motus peculiares nicht willkürlich, sondern eine Function ihres Ortes im Raume ist. Dass diese Abhängigkeit von ϱ hier so deutlich ausgesprochen hervortritt, beweist, dass in jeder der 7 Klassen die Sterne so über den ganzen Himmel resp. den Parallelkreis vertheilt sind, dass in der Reihe, in die man die $f(\alpha, \delta, \varrho)$, welche die Grösse der motus peculiares darstellt, sich entwickelt denken kann, die von α und δ abhängigen Coefficienten sich im Mittel vernichten, so dass nur übrig bleibt für obige 7 Mittelwerthe die Reihe

$$v = A_0 + A_1 \varrho + A_2 \varrho^2 + A_3 \varrho^3 + \ldots .$$

In dieser Reihe, der natürlich die absteigenden Glieder fehlen, ist $A_0 = c$, A aber positiv. Dass $A = c$ ist, finden wir bestätigt, wenn wir c mit den ganzen motus peculiares vergleichen, von denen v nur eine Componente ist. Die mittleren motus peculiares selbst erhalten wir durch Multiplication der v mit $\sqrt{3}$ und bilden wir die Reihe der Grössen $\frac{v}{c}\sqrt{3}$, so folgt das Gesetz

4. Die Sonne hat eine langsamere translatorische Bewegung als im Mittel jede der hier behandelten Sternklassen. Die Sonne folgt ebenfalls dem dritten Gesetz.

Die Thatsache, dass die Grösse der motus peculiares von der Sonne aus im Mittel mit der Entfernung zunimmt, erinnert an die Hypothese Mädler's, wonach die Grösse der Sternbewegungen von einem Centrum aus stetig zunehmen solle. Denn auch die auf die Sonne bezogenen Entfernungen müssen im Mittel dies Gesetz offenbaren, wenn nur das hypothetische Mädler'sche Centrum nicht zu weit von der Sonne entfernt ist.

Nimmt man nämlich überhaupt an, dass es einen Punkt im Sternhaufen gebe, von dem aus die Grösse der motus peculiares dem einfachen Mädler'schen Gesetze folgend, direct mit der Grösse des Abstandes vom Centralpunkt zunehme, so müssen Zahlenergebnisse, wie die obigen, sich nicht nur für die mittlere Grösse der motus peculiares von Sternen, die auf concentrischen Kugeln stehen, deren Mittelpunkt die Sonne ist, ergeben, sondern in gleicher Weise auch auftreten, um welchen Punkt des Sternhaufens auch immer man die Sterne nach concentrischen Kugeln auswählen möge. Ist nämlich Δ der Abstand eines Punktes der Oberfläche einer solchen Kugel, auf der die Sterne in der Entfernung ϱ von einem beliebig gewählten Centrum stehen, vom Hauptcentrum des Mädler'schen Gesetzes, von welchem das beliebig gewählte Centrum sich im Abstande a befinden möge, so ist

$$\Delta^2 = \varrho^2 + a^2 - 2\, a\varrho \cos \sigma,$$

wenn σ der Winkel ist, den die Visirlinie nach dem Hauptschwerpunkt und nach dem Punkte der Oberfläche der Kugel mit einander an dem beliebig gewählten Centrum einschliessen, das mittlere Δ^2 aber für alle Punkte der Kugeloberfläche ist

$$\Delta^2 = \varrho^2 + a^2$$

wie leicht eingesehen wird. Von welchem Punkte des Sternhaufens man also auch die räumlichen Bewegungen der Sterne betrachtet, immer wird der mittlere Abstand aller Punkte der Oberfläche einer um den Standort geschlagenen Kugel von einem irgendwo angenommenen Hauptschwerpunkt um so grösser, je grösser der Kugelradius selbst ist, Δ wird aber um so rascher mit wachsendem ϱ wachsen, je kleiner a im Verhältniss zu ϱ ist.

Wenn es also einen Punkt gibt, mit der Eigenschaft, dass die Grösse der Sternbewegungen nahezu dem Abstande von diesem Punkte proportional ist, dann hat das oben ausgesprochene dritte Gesetz nichts wunderbares an sich, sondern fliesst ganz naturgemäss aus dieser Voraussetzung. Dann muss man aber auch umgekehrt schliessen, da das dritte Gesetz für die von der Sonne, die doch durch nichts von den anderen Fixsternen ausgezeichnet ist, betrachteten Bewegungen gilt, so muss umgekehrt es einen Punkt geben, von dem aus die Grösse der Sternbewegungen mit dem Abstand wächst. Dies leugnen, heisst behaupten, dass die Sonne eine bevorzugte Stelle im Fixsternsysteme einnehme, denn ohne die obige Erklärung bleibt es eine auffallende Thatsache, dass die mittleren motus peculiares gerade mit der Entfernung von der Sonne stetig zunehmen.

Mit dieser Erklärung aber vermindert sich die Bevorzugung der Sonne dahin, dass sie von dem hypothetischen Hauptcentrum nicht allzuweit absteht, jedenfalls nicht um mehr oder viel mehr als die äussersten Radien unser 7 Klassen, denn sonst könnte sich in dem Gange der $\frac{v}{c}$ nicht so entschieden das dritte Gesetz offenbaren. Es kann darum a nicht gegen ϱ gross sein.

Es wird interessant sein, wenn die Potsdamer spectrographischen Messungen der Sterngeschwindigkeiten im Visionsradius abgeschlossen sind, zu untersuchen, ob etwa auch hier im Mittel den entfernteren Sternen grössere Bewegungen zukommen als den näheren.

§ 26. Ueber die Reduction schwächerer Sterne mit unbekannter E. B. auf eine andere Epoche.

Endlich soll zum Schlusse bemerkt werden, dass wenn der Einfluss der Sonnenbewegung auch auf die schwächsten hier noch benutzten Sterne, zwar nicht im Einzelnen, aber doch in ihrer Gesammtheit merklich hervortritt, so merklich, dass sogar aus diesen Sternen ein Apex abgeleitet werden konnte, der hinter den aus den bewegten Sternen hier gefundenen nicht zurücksteht, dass man dann bei Uebertragung eines Sternortes auf eine andere Epoche die erhaltene Position im Allgemeinen verbessern wird, wenn man bei Sternen noch nicht bekannter E. B. diese parallactische Bewegung anbringt. Es tritt dann neben die Grösse $m + n \operatorname{tg} \delta \sin \alpha$ ein Glied

$$[8.6404] \frac{\sin \alpha \sec \delta}{\varrho} + [8.9768] \frac{\cos \alpha \sec \delta}{\varrho}$$

in Zeitsecunden und neben $n \cos \alpha$ kommt

$$[9.8165] \frac{\cos \alpha \sin \delta}{\varrho} - [0.1529] \frac{\sin \alpha \sin \delta}{\varrho} - [9.8597] \frac{\cos \delta}{\varrho}$$

zu stehen, diesmal in Bogensecunden ausgedrückt. ϱ ist dabei mit dem Argumente »Grössenklasse der B. D.« aus unserer entsprechenden Tafel zu entnehmen. Diese Glieder sind doch nicht so ganz unmerklich, besonders bei Uebertragung auf weitentfernte Epochen. Schon Boss hat (Astr. Journ. Nr. 196) auf diese parallactische Verschiebung, die an die Sternpositionen anzubringen sei, hingewiesen, und gibt sie gültig nur für Aequatorsterne und ohne Berücksichtigung der Helligkeit. Diese aber darf wohl bei den nicht merklich bewegten Sternen als sicheres Kriterium der Entfernung angesehen werden und somit ist ihre Einführung in obige Formel berechtigt.

Lebenslauf.

Der Verfasser vorgelegter Arbeit, Friedrich Wilhelm Ristenpart, wurde als Sohn des Kaufmanns Friedrich Christian Sigmund Ristenpart und seiner Gattin Marie geb. Lackemann am 8. Juni 1868 zu Frankfurt a. M. geboren. Er besuchte daselbst zunächst die Wöhlerschule, ein Realgymnasium, von 1874 bis 1878, und trat dann in die Quinta des dortigen städtischen Gymnasiums über, das er zu Ostern 1886 mit dem Zeugniss der Reife verliess. Er studirte dann an der Grossherzogl. Sächs. Gesammtuniversität Jena bis Ostern 1887 und hörte daselbst die Vorlesungen der Herren Professoren und Docenten: Abbe, Frege, Geuther, Liebmann, Schäffer, Sohncke, Thomae und Winkelmann.

Zu Ostern 1887 siedelte er nach Strassburg über, wo er bis gegenwärtig zu Lehrern hatte die Herren Professoren und Docenten: Becker, Bücking, Cohn, Christoffel, Kerry (†), Kobold, Kohlrausch, Kundt, Reye, Schering, Stenger, Windelband und Wislicenus.

Allen diesen sagt er beim Abschluss seiner Studien für deren Leitung seinen Dank, insbesondere gebührt es sich, an dieser Stelle dankbar hervorzuheben, welch' grossen Antheil Herr Professor Becker bei dem Fortgange der Studien des Verfassers und an der Entstehung dieser Arbeit freundlichst genommen hat.

Graphische Darstellung der Abweichungen der Punkte grösster Sterndichten von dem Aequator des galaktischen Poles $192^{\circ}85 + 28^{\circ}55$.

Sterne $9{,}5^{m} - 9{,}1^{m}$

Sterne $9{,}0^{m} - 8{,}6^{m}$

Sterne $8{,}5^{m} - 8{,}1^{m}$

Sterne $8{,}0^{m} - 7{,}6^{m}$

Sterne $7{,}5^{m} - 7{,}1^{m}$

Sterne $7{,}0^{m} - 6{,}6^{m}$